ZPŮSOBY ROZMÍSTĚNÍ TENZOMETRŮ PŘI MĚŘENÍ RŮZNÝCH KOMBINACÍ ZATÍŽENÍ STROJNÍCH SOUČÁSTÍ

Ing. Jaroslav Hejhal

Ústav pro výzkum motorových vozidel - Praha

Posouzení namáhání strojních součástí pomocí tenzometrického měření si vyžaduje vhodnou skladbu tenzometrů, aby z provedeného měření bylo možno získat správný přehled o napjatosti detailu. Podle předpokládaného namáhání nutno určit rozmístění tenzometrů. Jsou zde popsány způsoby rozmístění tenzometrů při prostém tahu nebo tlaku, prostém ohybu, kombinaci tahu či tlaku s ohybem, při rovinné napjatosti , rovinné napjatosti kombinované s ohybem a při kroucení. Pro všechny uvedené kombinace namáhání jsou uvedeny i vzorce pro výpočet napětí. V závěru je popsán přibližný způsob pro určení příčné citlivosti odporového tenzometru.

Tenzometrické měření namáhání dává přehled o napjatosti zkoumané součásti v místě umístění tenzometru. Ke sledování celkové napjatosti je třeba zvolit vhodnou skladbu tenzometrů tak, aby bylo možno zhodnotit namáhání součástí dle všech předpokládaných druhů zatížení. Zpravidla se vyskytují následující druhy zatížení:

prostý tah nebo tlak
prostý ohyb
tah nebo tlak kombinovaný s ohybem
rovinná napjatost
rovinná napjatost kombinovaná s ohybem
kroucení

Měřicí technik při projektu tenzometrického měření musí předem odhadnout předpokládaný způsob namáhání součásti a dle tohoto předpokladu volit rozmístění tenzometrů.

Prostý tah nebo tlak

Prostý tah nebo tlak způsobuje rovnoměrné rozdělení napětí podél měřeného průřezu.

Ze změřené deformace ε v $^{o}/oo$ se určí hledané napětí v MPa dle vzorce:

$$\sigma = 10^{-3} \cdot \varepsilon \cdot E \qquad \ldots\ldots\ldots 1$$

E = modul pružnosti materiálu měřeného detailu v MPa

K docílení větší přesnosti prováděných měření je výhodné měřit hledanou deformaci pomocí více tenzometrů, rozmístěných rovnoměrně podél sledovaného průřezu nebo lepených těsně vedle sebe.

Výpočet napětí u měřených deformací se provádí dle vzorce:

$$\sigma = \frac{\sum_{i=1}^{i=n} \varepsilon_i}{10^3 \cdot n} \cdot E \qquad \ldots\ldots\ldots 2$$

n = počet tenzometrů

Prostý ohyb

Namáhání průřezu prostým ohybem lze určit maximálním napětím v ohybu /max σ_o/ a polohou neutrální osy ohybu. Ke zjištění těchto dat je třeba měřit deformaci ve dvou na sobě nezávislých místech sledovaného průřezu.

Pro kruhový průřez /obr.1/ platí pro tenzometry umístěné v místech A a B

$$\sigma_a = 10^{-3} \cdot \varepsilon_a \cdot E = \frac{M_o}{J} y_a = \frac{M_o}{2J} \cdot d \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma_b = 10^{-3} \cdot \varepsilon_b \cdot E = \frac{M_o}{J} y_b = \frac{M_o}{2J} \cdot d \cdot \sin(\alpha + \varphi)$$

J = hlavní moment setrvačnosti průřezu

Řešením těchto rovnic se stanoví

$$\max \sigma_o = 10^{-3} \cdot E \frac{\sqrt{\varepsilon_a^2 + \varepsilon_b^2 - 2\varepsilon_a \varepsilon_b \cos \alpha}}{\sin \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots 3$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\varepsilon_a \cdot \sin \alpha}{\varepsilon_b - \varepsilon_a \cdot \cos \alpha} \quad \ldots\ldots\ldots 4$$

Kladný směr úhlu φ je od přímky OA směrem chodu hodinových ručiček.

Z rovnice 3 a 4 vyplývá, že nejvhodnější je volit úhel $\alpha = 90^\circ$. Pro $\alpha = 180^\circ$ je případ neřešitelný.

Pro jiný průřez než kruhový /obr.2/ je třeba určit ze dvou zjištěných napětí v místech A a B chybové momenty ke dvěma rozdílným osám x, y, svírajícím spolu úhel $\alpha = 90^\circ$. Napětí σ_a a σ_b v místech A a B se určí dle rovnice 1. Ohybové momenty se určí dle rovnic:

$$M_x = \frac{\sigma_a \cdot y_b - \sigma_b \cdot y_a}{x_a \cdot y_b - x_b \cdot y_a} \cdot J_x$$

$$M_y = \frac{\sigma_a \cdot x_b - \sigma_b \cdot x_a}{y_a \cdot x_b - y_b \cdot x_a} \cdot J_y \quad \ldots\ldots\ldots 5$$

J_x, J_y = momenty setrvačnosti k osám x, y

Výsledný ohybový moment M_f a jeho poloha /úhel φ/ je:

$$M_f = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} \qquad \ldots\ldots\ldots\ 6$$

$$\cot g\, \varphi = \frac{M_y}{M_x} \qquad \ldots\ldots\ldots\ 7$$

Kladný směr úhlu φ je od osy x ve směru chodu ručiček hodinových.

Maximální ohybové napětí v místě Q s maximální odlehlostí f_Q od neutrální osy ohybu f.

$$\max \sigma_o = \frac{M_f}{J_f} \cdot f_Q \qquad \ldots\ldots\ldots\ 8$$

J_f = moment setrvačnosti k neutrální ose ohybu

Tah nebo tlak kombinovaný s ohybem

Kombinované namáhání tahu s ohybem, případně namáhání na vzpěr, se u strojních součástí vyskytuje velmi často. Lze je v každém průřezu součásti určit těmito daty:

a/ velikost tahového nebo tlakového napětí σ_t

b/ velikost maximálního ohybového napětí max σ_o

c/ polohou neutrální osy ohybu /úhel φ /

Ke stanovení těchto dat je třeba zjistit deformace ve třech místech měřeného průřezu.

Pro kruhový průřez o průměru d /obr.3/ platí:

$$\sigma_a = 10^{-3} \cdot \varepsilon_a \cdot E = \sigma_t + \frac{M_o}{2J} \cdot d \cdot \sin \varphi$$

$$\sigma_b = 10^{-3} \cdot \varepsilon_b \cdot E = \sigma_t + \frac{M_o}{2J} \cdot d \cdot \sin(\varphi + \alpha_1)$$

$$\sigma_c = 10^{-3} \cdot \varepsilon_c \cdot E = \sigma_t + \frac{M_o}{2J} \cdot d \cdot \sin(\varphi + \alpha_1 + \alpha_2)$$

Řešením těchto rovnic se určí:

tahové napětí:

$$\sigma_t = \frac{E \cdot [\varepsilon_a \cdot \sin \alpha_2 - \varepsilon_b \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + \varepsilon_c \cdot \sin \alpha_1]}{10^3 [\sin \alpha_2 - \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + \sin \alpha_1]} \qquad \ldots\ldots\ldots\ 9$$

maximální ohybové napětí:

$$\max \sigma_o = \sqrt{2}\cdot E\,\frac{\sqrt{(\varepsilon_a-\varepsilon_b)^2[1-\cos(\alpha_1+\alpha_2)]+(\varepsilon_a-\varepsilon_c)^2(1-\cos\alpha_1)-(\varepsilon_a-\varepsilon_b)(\varepsilon_a-\varepsilon_c)[(1-\cos\alpha_1)+(1-\cos(\alpha_1+\alpha_2))-(1-\cos\alpha_2)]}}{10^3[\sin\alpha_1-\sin(\alpha_1+\alpha_2)+\sin\alpha_2]} \qquad \ldots 10$$

poloha neutrální osy ohybu:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{(\varepsilon_a-\varepsilon_b)\sin(\alpha_1+\alpha_2)-(\varepsilon_a-\varepsilon_c)\sin\alpha_1}{(\varepsilon_a-\varepsilon_b)[1-\cos(\alpha_1+\alpha_2)]-(\varepsilon_a-\varepsilon_c)(1-\cos\alpha_1)} \qquad \ldots\ldots\ldots 11$$

Kladný směr úhlu φ je od přímky OA ve směru chodu ručiček hodinových. Maximální napětí v průřezu /max σ/ je součet absolutních hodnot tahového a maximálního ohybového napětí.

$$|\max \sigma| = |\sigma_t| + |\max \sigma_o| \qquad \ldots\ldots\ldots 12$$

Zda jde o napětí tahové nebo tlakové se určí dle toho, zda napětí σ_t je kladné nebo záporné.

Nejvýhodnější řešení je pro úhly $\alpha_1 = \alpha_2 = 90^\circ$. Pro tyto podmínky platí:

$$\sigma_t = \frac{\varepsilon_a+\varepsilon_c}{2\cdot 10^3}\cdot E \qquad \ldots\ldots\ldots 13$$

$$\max \sigma_o = \frac{E}{10^3\cdot\sqrt{2}}\sqrt{(\varepsilon_a-\varepsilon_b)^2+(\varepsilon_b-\varepsilon_c)^2} \qquad \ldots\ldots\ldots 14$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\varepsilon_c-\varepsilon_a}{\varepsilon_a-2\varepsilon_b+\varepsilon_c} \qquad \ldots\ldots\ldots 15$$

Maximální napětí v průřezu se určí dle vzorce 12.

Kladný směr úhlu je od přímky OA ve směru chodu ručiček hodinových.

Je-li třeba u takto kombinovaného namáhání určit pouze tahové napětí σ_t kruhového průřezu, je výhodné u tenzometrických aparatur, které umožňují zapojení čtyř aktivních tenzometrů, provést rozmístění tenzometrů dle obr.4. Tenzometry se lepí do dvou T skupin umístěných proti sobě a zapojují se do úplného můstku dle obr.5.

Při tomto způsobu zapojení se tahové napětí σ_t určí dle vzorce:

$$\sigma_t = \frac{1-0{,}3\varkappa}{2\cdot 10^3\left(1+\frac{1}{m}\right)(1-\varkappa)}\cdot \varepsilon_m\cdot E \qquad \ldots\ldots\ldots 16$$

e_m = součet délkové deformace v můstkovém zapojení tenzometrů v $^0/_{00}$

$\varkappa$ = koef. příčné citlivosti tenzometru

m = Poissonova konstanta materiálu

Toto zapojení umožňuje maximálně využít citlivosti Wheatstonova můstku.

Neumožňuje-li použitá tenzometrická aparatura zapojení aktivních tenzometrů do všech čtyřech větví můstku, je možno rozdělit měření do dvou částí. Zapojení tenzometrů, lepených dle obr.4, je třeba provést dle obr.6a a 6b. Ze zjištěných délkových deformací e_{m_1} /pro zapojení dle obr.6a/ a e_{m_2}/pro zapojení dle obr.6b/, které byly zjištěny pro stejné zatížení, určí se výsledné tahové napětí σ_t dle vzorce:

$$\sigma_t = \frac{(1-0{,}3\varkappa)(e_{m_1}+e_{m_2})}{2\cdot 10^3(1+\frac{1}{m})(1-\varkappa)}\cdot E \qquad \ldots\ldots\ldots 17$$

Pro oba uvedené způsoby měření je nutno použít pouze tenzometry, které mají stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Jiný způsob zapojení tenzometrů pro určení tahového napětí válcové součásti je při možnosti pouze jedné aktivní větve v tenzometrickém můstku. Je možno použít zapojení aktivních tenzometrů do jedné větve způsobem dle obr.7 při použití dvou tenzometrů /tenzometry v místech E a G dle obr.9/ nebo způsobem dle obr.8 při použití čtyř tenzometrů /tenzometry v místech E, F, G a H dle obr.9/. Všechny tenzometry jsou umístěny ve směru osy detailu. Při použití dvou tenzometrů v zapojení dle obr.7 je nutno použít i dvou kompenzačních tenzometrů T_k v sérii. V případě zapojení dle obr.8, lze použít jen jednoho kompenzačního tenzometru T_k, je však třeba, aby teplota kompenzačního tenzometru odpovídala průměrné teplotě tenzometrů aktivních. Pro správnou kompenzaci ohybových napětí je třeba dodržet způsob rozmístění tenzometrů dle obr.9 a způsob zapojení dle obr.8 příp.9 /tenzometr T_e v místě E, T_f v místě F apod./. Hledané tahové napětí se určí dle vzorce 1, kde za ε se dosadí průměrná délková deformace udávaná měřicí aparaturou.

Pro tento způsob zjišťování tahových napětí je nutno též použít pouze tenzometrů se stejnou konstantou citlivosti a stejným koeficientem příčné citlivosti.

Je-li třeba určit pouze maximální ohybové namáhání max σ_o kruhového průřezu, je výhodné provést rozmístění tenzometrů dle obr.9 a měření provést ve dvou částech v zapojení dle obr.10a a 10b. Zapojení do polovičního můstku dle obr.10 kompenzuje kromě teplotních vlivů též případnou tahovou složku a registruje pouze ohybové namáhání s dvojnásobnou citlivostí. Z měřených e_{og} /po zapojení dle obr.10a/ a e_{fh} /po zapojení dle obr.10b/, které třeba určovat pro stejné zatížení, se určí maximální ohybové namáhání max σ_o a poloha neutrální osy ohybu φ dle vzorců:

$$\max \sigma_o = \frac{E}{2 \cdot 10^3} \sqrt{e_{og}^2 + e_{fh}^2} \qquad \ldots\ldots\ldots 18$$

$$\cotg \varphi = \frac{e_{og}}{e_{fh}} \qquad \ldots\ldots\ldots 19$$

Kladný směr úhlu φ je od přímky OE ve směru chodu ručiček hodinových.

Pro jiný průřez než kruhový namáhaný tahem nebo tlakem kombinovaným s ohybem /obr.11/ je třeba k určení napjatosti stanovit tahové napětí a ohybové momenty ke dvěma osám x, y, svírajícím spolu úhel $\alpha = 90°$. Napětí σ_a, σ_b a σ_c v místech A, B a C se určí dle rovnice 1. Pro ohybové momenty Mx a My k osám x a y platí:

$$M_x = J_x \frac{\sigma_a(y_b - y_c) + \sigma_b(y_c - y_a) + \sigma_c(y_a - y_b)}{x_a(y_b - y_c) + x_b(y_c - y_a) + x_c(y_a - y_b)} \qquad \ldots\ldots\ldots 20$$

$$M_y = J_x \frac{\sigma_a(x_c - x_b) + \sigma_b(x_a - x_c) + \sigma_c(x_b - x_a)}{x_a(y_b - y_c) + x_b(y_c - y_a) + x_c(y_a - y_b)} \qquad \ldots\ldots\ldots 21$$

Výsledný ohybový moment M_f a jeho poloha /úhel φ / se určí dle vzorců 6. a 7.

Maximální ohybové napětí je v místě Q s maximální odlehlostí f_Q od neutrální osy ohybu f. Určí se dle vzorce 8.

Tahové napětí σ_t v měřeném průřezu se určí dle vzorce:

$$\sigma_t = \frac{\sigma_a(x_b y_c - x_c y_b) + \sigma_b(x_c y_a - x_a y_c) + \sigma_c(x_a y_b - x_b y_a)}{x_a(y_b - y_c) + x_b(y_c - y_a) + x_c(y_a - y_b)} \quad \ldots\ldots\ldots 22$$

Maximální napětí v průřezu se určí dle vzorce 12.

Rovinná napjatost

Předpokládá-li se v místě měření rovinná napjatost, je třeba pro určení obou hlavních napětí σ_1 a σ_2 stanovit průměrné deformace ε_1 a ε_2 ve směrech hlavních napětí.

Jsou-li již známy směry obou hlavních napětí 1 a 2 předem /např. u modelové zkoušky pomocí křehkých laků/, lepí se tenzometry T_1 a T_2 ve směru těchto napětí. Místo jednotlivých tenzometrů se s výhodou k tomuto měření používá tenzometrických křížů, kde jsou oba tenzometry nalepeny již na jedné podložce a tím je přesně dodržen vzájemný úhel tenzometrů $\alpha = 90^\circ$. Ze změřených deformací e_1 a e_2 tenzometrů T_1 a T_2 se určí hledaná průměrná deformace ε_1 a ε_2 dle vzorců:

$$\varepsilon_1 = \frac{1-0{,}3\varkappa}{1-\varkappa^2}(e_1 - \varkappa e_2); \quad \varepsilon_2 = \frac{1-0{,}3\varkappa}{1-\varkappa^2}(e_2 - \varkappa e_1) \quad \ldots\ldots\ldots 23$$

Napětí σ_1 a σ_2 ve směrech hlavních napětí 1 a 2 se určí dle vzorců:

$$\sigma_1 = \frac{m^2 \cdot E}{10^3(m^2-1)}\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{m}\varepsilon_2\right)$$

$$\sigma_2 = \frac{m^2 \cdot E}{10^3(m^2-1)}\left(\varepsilon_2 + \frac{1}{m}\varepsilon_1\right) \quad \ldots\ldots\ldots 24$$

Pro měření je třeba použít tenzometrů, které mají stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Není-li možno určit směry hlavních napětí v měřeném místě, je třeba ke zjištění potřebných dat měřit deformace alespoň ve třech směrech. Nejčastěji se volí způsob rozmístění tenzometrů tak, že směry proměřovaných deformací U, V a W /obr.12/ svírají spolu úhel 45°. Je výhodné použít k tomuto měření již hotových tenzometrických růžic, kde všechny tři tenzometry jsou umístěny na společné podložce. Je však možné použít i jednotlivých tenzometrů, ale je při lepení třeba dodržet správný směr tenzometrů.

Ze změřených deformací e_u, e_v a e_w u jednotlivých tenzometrů se určí výsledné poměrné deformace ve směrech U, V a W dle vzorců:

$$\varepsilon_u = \frac{(1-0{,}3\varkappa)(e_u - \varkappa e_v)}{1-\varkappa^2}$$

$$\varepsilon_v = \frac{(1-0{,}3\varkappa)(e_v - \varkappa e_u)}{1-\varkappa^2} \qquad \ldots\ldots\ldots \; 25$$

$$\varepsilon_w = \frac{(1-0{,}3\varkappa)\left[(1+\varkappa)e_w - \varkappa(e_u + e_v)\right]}{1-\varkappa^2}$$

Ze získaných poměrných deformací ε_u, ε_v a ε_w se určí deformace ε_1 a ε_2 ve směrech hlavních napětí a poloha směrů hlavních napětí /úhel φ / dle vzorců:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_u + \varepsilon_v}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\varepsilon_u - \varepsilon_w)^2 + (\varepsilon_v - \varepsilon_w)^2\right]}$$

$$tg\, 2\varphi = \frac{\varepsilon_u - 2\varepsilon_w + \varepsilon_v}{\varepsilon_u - \varepsilon_v} \qquad \ldots\ldots\ldots \; 26$$

Kladný smysl úhlu φ je od směru U ve směru chodu ručiček hodinových.

Hlavní napětí σ_1 a σ_2 ze získaných ε_1 a ε_2 se určí dle vzorců 24.

Pro měření je třeba použít tenzometrů, které mají stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Rovinná napjatost desky kombinovaná s ohybem

Nejčastější případ namáhání desky je naznačen na obr.13. Kromě sil N_1 a N_2 působí zpravidla na element desky ještě ohybové momenty M_1 a M_2. K posouzení napjatosti takto namáhané desky je třeba zjistit:

a/ velikosti hlavních napětí σ_1 a σ_2 v neutrální rovině ohybu desky

b/ směry hlavních napětí /úhel φ /

c/ velikost maximálních ohybových napětí max σ_{o1} a max σ_{o2} ve směrech hlavních napětí

Nejsou-li známy směry hlavních napětí, umísťují se v místě A tři tenzometry ve směrech U_a, V_a, W_a a v místě B dva tenzometry ve směrech U_b a V_b. Všechny tenzometry musí mít stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$. Způsobem popsaným v předchozí stati se v místě A určí napětí σ_{1a}, σ_{2a} ve směrech 1_a, 2_a a úhel φ. Dle rovnic 25 se určí v místě B poměrné deformace ε_{ub} a ε_{vb}. Poměrné deformace ε_{1b} a ε_{2b} ve směrech 1_b a 2_b v místě B se stanoví dle vzorců:

$$\varepsilon_{1b} = \frac{\varepsilon_{vb}(1+\cos 2\varphi) - \varepsilon_{ub}(1-\cos 2\varphi)}{2\cos 2\varphi}$$

$$\varepsilon_{2b} = \frac{\varepsilon_{ub}(1+\cos 2\varphi) - \varepsilon_{ub}(1-\cos 2\varphi)}{2\cos 2\varphi} \qquad \ldots\ldots\ldots 27$$

Dle rovnic 24 se ze získaných ε_{1b} a ε_{2b} určí hlavní napětí σ_{1b} a σ_{2b} v místě B.

Velikost hlavních napětí σ_1 a σ_2 v neutrální rovině ohybu desky, prochází-li tato rovina středem desky $/h_a = h_b/$, jsou:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{1a} + \sigma_{1b}}{2}$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{2a} + \sigma_{2b}}{2} \qquad \ldots\ldots\ldots 28$$

Maximální ohybové napětí jsou:

$$\max \sigma_{o1} = \sigma_{1a} - \sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_{1b}$$
$$\max \sigma_{o2} = \sigma_{2a} - \sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_{2b} \qquad \ldots\ldots\ldots 29$$

Neprochází-li neutrální osa ohybu středem desky / $h_a \neq h_b$ dle obr.13/ určí se hlavní napětí σ_1 a σ_2 v neutrální ose ohybu dle vzorců:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{1a} \cdot h_b + \sigma_{1b} \cdot h_a}{h_a + h_b}$$
$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{2a} \cdot h_b + \sigma_{2b} \cdot h_a}{h_a + h_b} \qquad \ldots\ldots\ldots 30$$

A ohybové napětí v místech A a B se určí dle vzorců:

$$\sigma_{o1a} = \sigma_{1a} - \sigma_1$$
$$\sigma_{o2a} = \sigma_{2a} - \sigma_2$$
$$\sigma_{o1b} = \sigma_{1b} - \sigma_1 \qquad \ldots\ldots\ldots 31$$
$$\sigma_{o2b} = \sigma_{2b} - \sigma_2$$

Jsou-li předem známy směry hlavních napětí 1 a 2, umísťuje se jak v místě A, tak i v místě B po dvou tenzometrech lepených ve směrech hlavních napětí. Ze změřených e_{1a}, e_{2a}, e_{1b} a e_{2b} se určí v místech A i B velikosti hlavních napětí σ_{1a}, σ_{1b}, σ_{2a} a σ_{2b}. Výsledná hlavní napětí v neutrální ose ohybu se určí dle rovnic 28 případně 30 a ohybové napětí se určí dle rovnic 29 případně 31. Všechny čtyři tenzometry lepené v místech A a B musí mít opět stejnou konstantu citlivosti tenzometru k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Namáhání v kroucení

Smykové namáhání z kroucení je podmíněno vždy rovinnou napjatostí. Hlavní smykové napětí $\tau_{1,2}$ působí vždy ve směrech, které svírají se směry hlavních napětí úhel 45°. Ze zjištěných ε_1 a ε_2 určených dle vzorců 24 se hlavní smykové napětí $\tau_{1,2}$ určí dle vzorce:

$$\tau_{1,2} = \frac{m}{m+1} E \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2.10^3} \quad \ldots\ldots\ldots\ 32$$

Je-li třeba zjistit pouze smykové namáhání, např. ke stanovení kroutícího momentu působícího v kruhovém průřezu, lze u měření elektrickými odporovými tenzometry použít dvou aktivních tenzometrů T_a a T_c lepených ve směrech svírajících s rovinou proměřovaného průřezu úhel $\alpha = 45°$ /obr.14/. Zapojení tenzometrů se provede způsobem dle obr.6a. Výsledné smykové napětí τ ze změřené deformace tenzometrů e_{ac} se určí dle vzorce:

$$\tau = \frac{m}{m+1} E \frac{1 - 0{,}3\,\varkappa}{2 \cdot 10^3 (1 - \varkappa)} e_{ac} \quad \ldots\ldots\ldots\ 33$$

U obou tenzometrů je třeba mít stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Tohoto způsobu měření je možno použít pouze v tom případě, kdy proměřovaný průřez není namáhán na ohyb. Případné tahové namáhání průřezu je kompenzováno.

Je-li v proměřovaném průřezu i ohybové namáhání, je nutno ke zjištění smykových namáhání použít čtyř aktivních tenzometrů lepených způsobem dle obr.15. Tenzometry T_b a T_d jsou na protější straně tyče. Zapojení tenzometrů se provede způsobem dle obr.5.

Výsledné smykové napětí τ v měřeném průřezu se určí ze změřené deformace tenzometrů e_{a+d} dle vzorce:

$$\tau = \frac{m}{m+1} E \frac{1 - 0{,}3\,\varkappa}{4 \cdot 10^3 (1 - \varkappa)} e_{a+d} \quad \ldots\ldots\ldots\ 34$$

Tímto způsobem měření je kompenzován jak případný tah v proměřovaném průřezu, tak i případný ohyb. Všechny čtyři použité tenzometry musí mít stejnou konstantu citlivosti k a stejný koeficient příčné citlivosti $\varkappa$.

Příčná citlivost tenzometrů

V uváděných vzorcích je v některých případech uvažována i příčná citlivost tenzometru.

Elektrické odporové tenzometry jsou citlivé jak na deformace působící ve směru podélné osy tenzometru, tak částečně i na deformace působící ve směru kolmém k podélné ose tenzometru. Celkový odpor R činného odporového drátku tenzometru je součtem odporu R_1 těch částí vinutí tenzometrů, které podléhají převážně podélné deformaci a odporu R_2 částí vinutí podléhající příčné deformaci tenzometru.

Poměr

$$\varkappa = \frac{R_2}{R_1} \quad \ldots\ldots\ldots 35$$

určuje koeficient příčné citlivosti tenzometru $\varkappa$.

Pro odporový tenzometr vinutý z odporového drátku lze přibližně určit koeficient příčné citlivosti z poměru délek podélného a příčného vinutí tenzometru /obr.16/.

$$\varkappa \doteq \frac{l_2}{n \cdot l_1} \quad \ldots\ldots\ldots 36$$

l_1 = délka vinutí tenzometru
l_2 = šířka vinutí tenzometru
n = počet podélných částí vinutí

Seznam literatury

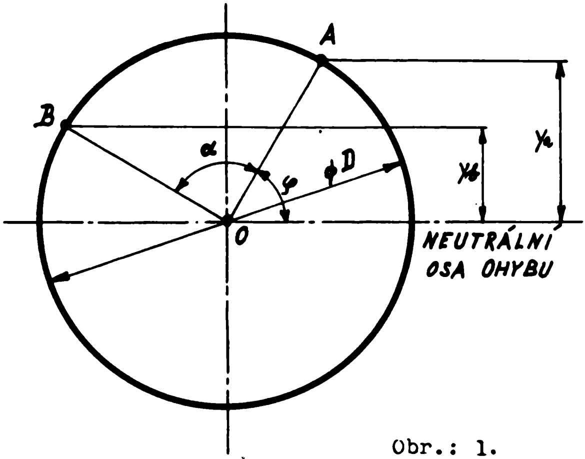
1. Němec J. — Tuhost a pevnost ocelových součástí
ČSAV Praha 1963

2. Horna O. — Odporové tenzometry
VNT Praha 1951

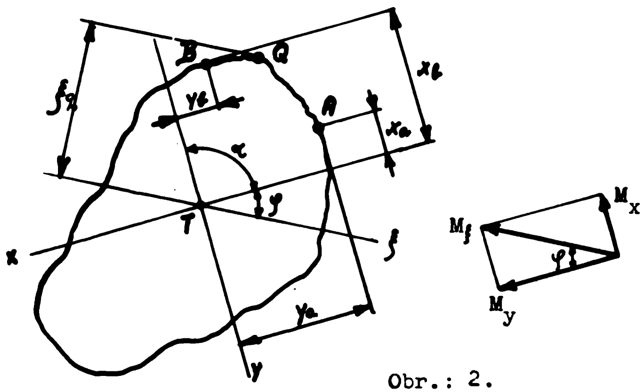
3. Hetényi M. — Príručka experimentálnej pružnosti
STV Bratislava 1962

4. Hejhal J. — Příčná citlivost elektrických odporových tenzometrů
Zborník XI. konference Experimentálnej analýzy napätia - 1973

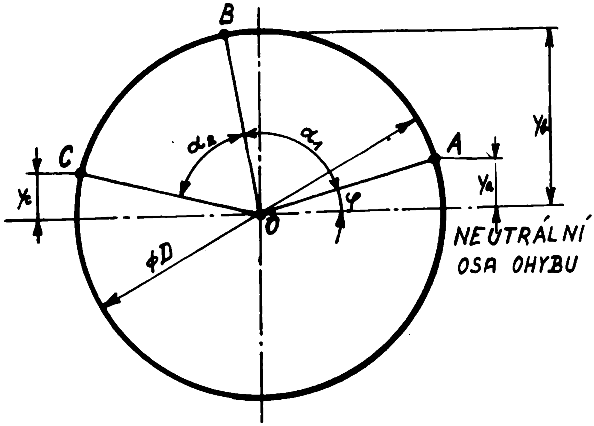
5. Hejhal J. — Tenzometrické měření na strojních součástech
Technické zprávy ČKD č. 3/1964


A
B
α
φ
ϕD
y_a
y_b
O
NEUTRÁLNÍ
OSA OHYBU

Obr.: 1.

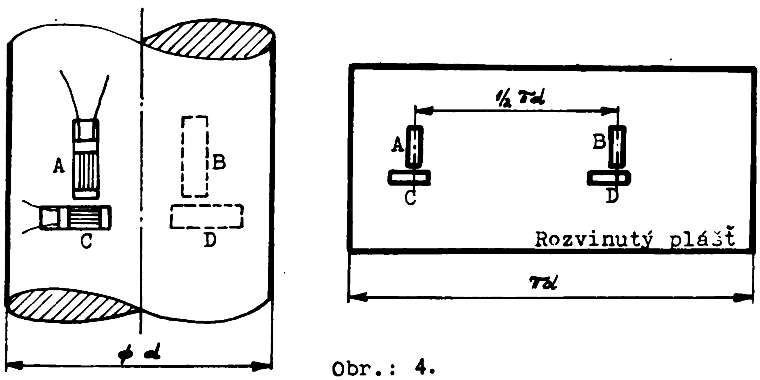

B
Q
A
ξ_Q
x_b
x_a
y_b
α
φ
T
x
ξ
y_a
y
M_x
M_ξ
φ
M_y

Obr.: 2.

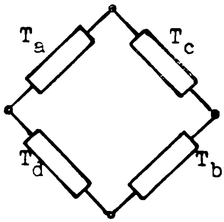

B
C
A
α_2
α_1
y_c
y_a
y_b
φ
O
ϕD
NEUTRÁLNÍ
OSA OHYBU

Obr.: 3.

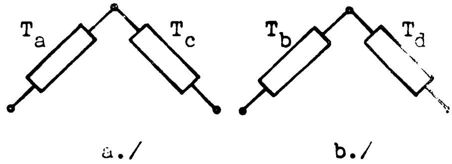
- 3 -


A
B
C
D
ϕd
$\frac{1}{2} \pi d$
A
B
C
D
Rozvinutý plášť
πd

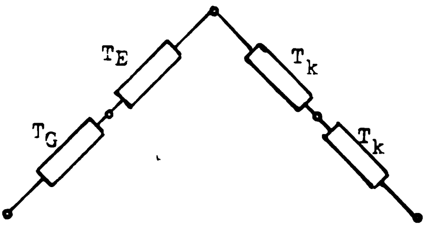
Obr.: 4.



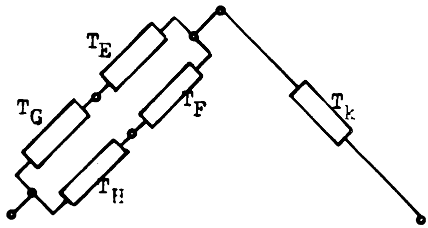
Obr.: 5



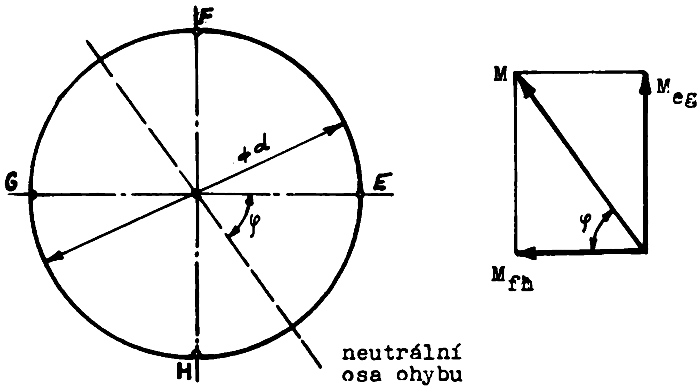
Obr. 6.



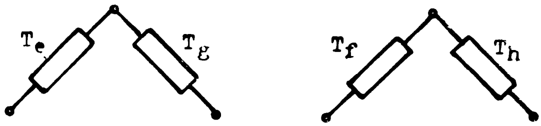
Obr.: 7.



Obr.: 8 .

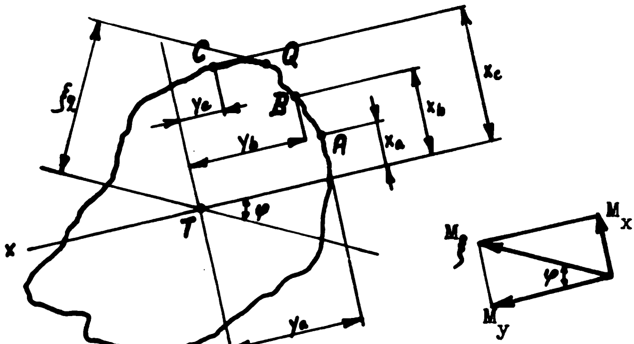


Obr.: 9 .

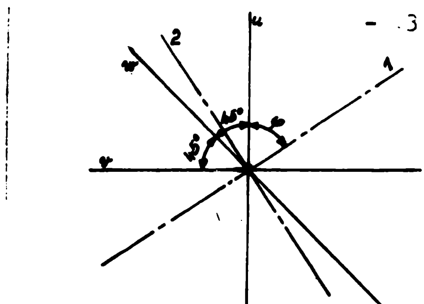


a./ b./

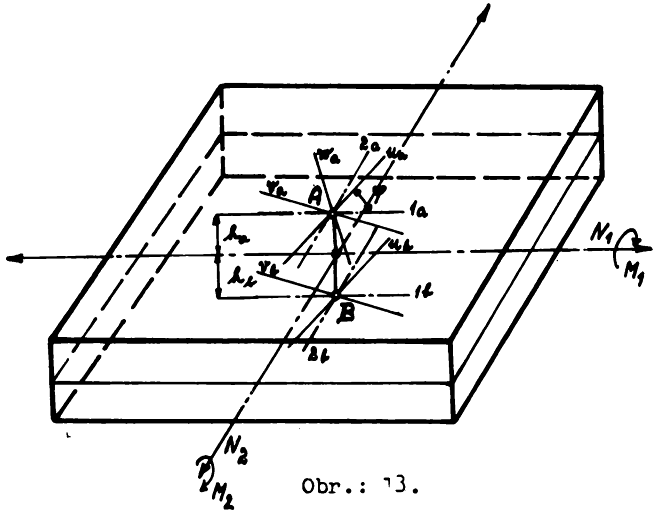
Obr.: 10.



Obr.: 11.

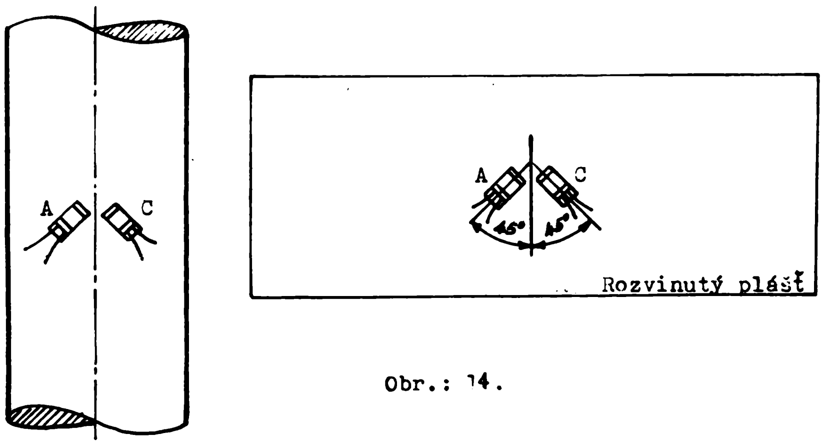


Obr.: 12.



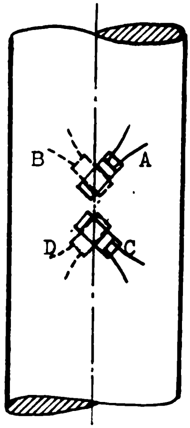
2a
w_a
u_a
v_a
A
1a
h_a
N_1
u_b
h_b
v_b
M_1
1b
B
2b
N_2
M_2

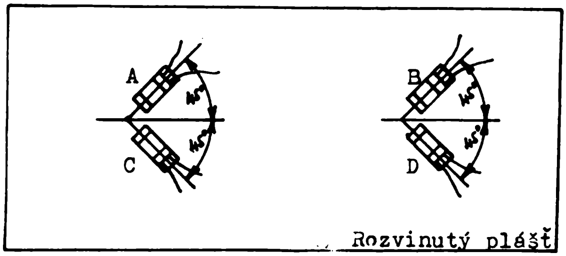
Obr.: 13.



A
C
A
C
45°
45°
Rozvinutý plášť

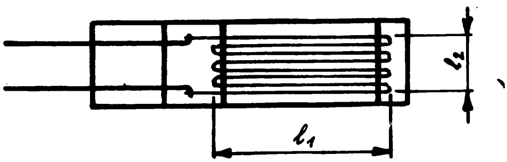
Obr.: 14.





Obr.: 15.

- 3 -



Obr.: 16.