KONSTITUČNÍ ROVNICE TAŽNÉHO MATERIÁLU PO AKUMULOVÁNÍ PLASTICKÉ DEFORMACE.

Ing. Otakar Lébl
SVÚSS Praha 9, Běchovice

Mechanika pružně plastických těles používá pro výpočet elastoplastické napjatosti konstituční rovnice definované teoriemi plasticity. O jejich použitelnosti rozhodují podmínky zatěžování.

Pro výpočet zbytkové napjatosti předepisují teorie plasticity konstituční rovnice platné v oboru lineární pružnosti [1]. Skutečné vlastnosti materiálů, které akumulovaly plastické deformace a jsou zatěžovány v oboru napětí $R_{Pd} < \sigma_i < R_{Pt}$,nelze vyjádřit lineárními vztahy, viz např.[2].

Předložená práce se zabývá výpočtově - experimentálním stanovením elastických modulů tažného materiálu (ČSN 12 020) a jejich závislosti na předchozí plastické deformaci s ohledem na reálný výpočet zbytkové napjatosti.

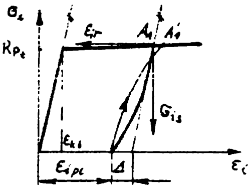
Elastické moduly δ_{rs} byly vypočteny ze změřených (extenzometry) podélných a příčných deformací vzorků (průřez kruhový, obdélník a trubka). Jedná se tedy o průměrné, efektivní elastické moduly.

Podle [3] je pro pružný materiál možno psát vztahy

$$\varepsilon_r = \delta_{rs} \cdot \sigma_s \quad , \quad \delta_{rs} = konst \qquad (1)$$

které, jak naznačuje obr.1, jsou platné pouze v oboru $\varepsilon_{ikd} < \varepsilon_i < \varepsilon_{ikt}$ Při překročení meze kluzu materiálu platí

$$\delta_{rs} = \delta_{rs} (\varepsilon_{pl}, \varepsilon_{el}, \sigma_s). \qquad (2)$$



obr.1

Hodnoty odchylek Δ jsou závislé na velikosti ε_{pl} a poklesu napětí (počátek odlehčování je v bodě A_1); ε_{pl} všech vzorků byly vyvozeny zatěžováním σ_1, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ Zatěžováním vzorků s průřezem kruhovým a obdélníkovým a zatěžováním trubek vnitřním tlakem i σ_1 bylo ověřeno že platí

$$\delta_{31} = \delta_{21} = \delta_{23} \quad a \quad \delta_{22} = \delta_{33} = \delta_{11}.$$

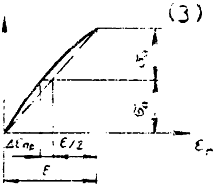
Materiál je tedy homogení (transversální isotropie s osou anisotropních vlastností orientovanou do směru působení σ_s nevzniká) a lze jej specifikovat závislostmi

$$\varepsilon_r = \Delta_{rs}^{0}\,\sigma_s + \Delta_{rs}^{pl}\,\sigma_s^2 \qquad (3)$$

kde

$$\Delta_{rs}^{pl} = \Delta_{rs}^{pl}(\varepsilon_{pl}) = \frac{\Delta\varepsilon_{ap}(\varepsilon_{pl})}{\sigma_s^2}$$

$$\Delta_{rs}^{0} = \Delta_{rs}^{pl}(\varepsilon_{pl}=0) \qquad (4)$$



obr.2

vyplývá ze vztahu (3),viz obr.2. Provedené experimenty ukázaly,že vlastnosti materiálu při odlehčování oboru $0<\sigma_s<2R_{pl}$ nelze dostatečně přesně vyjádřit jedinou závislostí (3) a je nutné stanovit hodnoty Δ_{rs}^{pl} pro rozmezí $0<\sigma_s<1{,}1\cdot R_{pl}$ a zvlášť Δ_{rs}^{*pl} pro rozmezí $1{,}1\cdot R_{pl}<\sigma_s<2\cdot R_{pl}$. Z podmínky, že $\frac{d\varepsilon_r}{d\sigma_s}$ musí být při $\sigma_s=1{,}1\cdot R_{pl}$ shodné pro oba obory odlehčování a z diferencování vztahu (3) vyplývá

$$\Delta_{rs}^{*0} = \Delta_{rs}^{0} + \Delta_{rs}^{pl}\cdot 2\cdot(1{,}1\,R_{pl}) \qquad (5)$$

Pro stanovení závislosti Δ_{rs}^{pl} na ε_{pl} byly změřeny hodnoty $\Delta\varepsilon_{ap}$ pro několik ε_{pl} (≐0,5 1, ,5a2%) při $\sigma_s=140$ MPa v oboru $0<\sigma_s<1{,}1\cdot R_{pl}$ a při $\sigma_s=65$ MPa v oboru $1{,}1\,R_{pl}<\sigma_s<2R_{pl}$. Z experimentálních dat byly získány regresní křivky materiálu ČSN 12

$$\Delta\varepsilon_{ap} \doteq -42{,}5 + 46{,}3\cdot\sqrt{1+2{,}17\,\varepsilon_{pl}} \qquad 0<\sigma_s<1{,}1\,R_{pl}$$

$$\Delta\varepsilon_{ap}^{*} \doteq 26{,}2 + 143\cdot\varepsilon_{pl}\,, \qquad 1{,}1\,R_{pl}<\sigma_s<2\,R_{pl}\,,\ [\Delta\varepsilon_{ap}] = \frac{mm}{m} \qquad (6)$$

Pro vyjádření konstitučních rovnic po akumulování ε_{pl} lze v prvém (odlehčovacím) půlcyklu použít vhodné teorie plasticity aplikované na materiál s vlastnostmi určenými vztahy (3) až (6).

Dosazením (5) a (6) do (3), při $\Delta_{r_1(r=1)}^{0} = 4{,}75\cdot10^{-6}$ MPa, $\Delta_{r(r\neq1)}^{0} = -1{,}56\cdot10^{-6}$ MPa (inženýrské konstanty materiálu jsou $E=2{,}1\cdot10^{5}$ MPa $\mu_{el}=0{,}286$) a s uvážením,že $\Delta_{r(r\neq1)}^{pl} \doteq \mu_{pl}\cdot\Delta_{r(r=1)}^{pl} = 0{,}5\;\Delta_{r(r=1)}^{pl}$ lze vyjádřit intenzitu deformací v závislosti na akumulované ε_{pl} a odlehčení σ_s ve tvaru

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3}\Big[(1+\mu_{el})\cdot\Delta_{11}^{0}\,\sigma_s + (1+\mu_{pl})\cdot\Delta\varepsilon_{ap}\Big(\frac{\sigma_s}{140}\Big)^2\Big]\,10^{-6} \qquad (7)$$

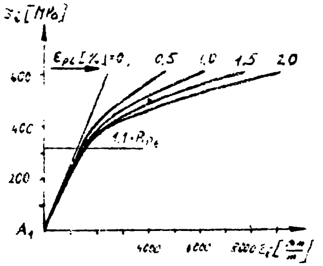
a

$$\varepsilon_i^{*} = \frac{2}{3}\Big[(1+\mu_{el})\cdot\Delta_{11}^{*0}(\sigma_s-1{,}1R_{pl}) + (1+\mu_{pl})\Delta\varepsilon_{ap}^{*}\Big(\frac{\sigma_s-1{,}1R_{pl}}{65}\Big)^2\Big]10^{-6} + \varepsilon_{i(\sigma_s=1{,}1R_{pl})} \qquad (8)$$

$$\sigma_s = \sigma_s\,, \qquad 1{,}1\,R_{pl}<\sigma_s<2\,R_{pl}$$

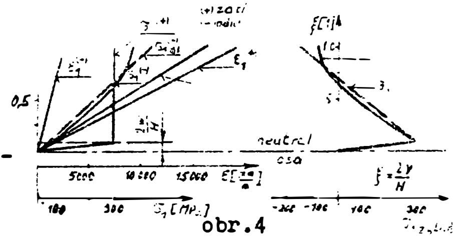
Vztahy (7) a (8) jsou platné při odlehčování plasticky deformovaného materiálu ČSN 12 020 (v rozsahu Lüdersovy prodlevy $0<\varepsilon_{pl}<2$ %),lze však očekávat,že podobné budou vyjadřovat závislost $\sigma_s=\sigma_s(\varepsilon_i)$ i pro jiné tažné materiály.

Závislosti (7) a (8) jsou na obr.3. Protože experimenty prokázaly, že materiál po akumulování ε_{pl} zůstává přibližně homogenní, postačuje pro vyjádření závislostí (3) určení regresní křivky (6) při zatěžování $\sigma_s = \sigma_1$ a měření $\Delta\varepsilon_{opl}$. Obor σ_s vzhledem k R_{pt}, viz vztahy (7) a (8), volíme podle tvaru závislosti $\sigma_i = \sigma_i(\varepsilon_i)$, viz obr.1; pro takto stanovené rozsahy σ_s volíme vhodné hodnoty σ_a viz obr.2.



obr.3

Příklad aplikace odvozených konstitučních rovnic - zbytkové napětí při ohybu úzkého nosníku. Předpokládáme, že úzký nosník (průřez BxH) byl zatížen tak, že vznikly deformace povrchu, pro které je $\varepsilon_{1c} = \ldots = (1,5-0,1\%)\%$ a elastické jádro nosníku je $\varkappa = \frac{\varepsilon_{1c}}{\varepsilon_{1kr}}$. Výpočet zbytkové napjatosti byl proveden aplikací teorie malých pružně plastických deformací s uvažováním reálných vlastností materiálů při odlehčování, vyjádřených vztahy (3), (7) a (8). Výsledky výpočtu jsou uvedeny na obr.4, kde je zároveň uvedena zbytková napjatost určená podle [1]. Jestliže při experimentální analýze napětí by změřena při odlehčení deformace povrchu odpovídající výpočtu ($\varepsilon_1 = 2436 \frac{\mu m}{m}$), pak zbytkové napětí povrchu činí $\sigma_{zb} = \pm 224$ MPa. Z uvedeného příkladu je zřejmý význam odvozených konstitučních rovnic. Bližší informace jsou uvedeny v [4].



obr.4

Literatura:

[1] Pešina — Základy užité teorie plasticity
SNTL, Praha 1966

[2] Klesnil, Lukáš — Únava kovových materiálů při mech. namáhání
Academia, Praha 1975

[3] Hearmon — Úvod do teorie pružnosti anisotropních látek
SNTL, Praha 1965

[4] Lébl — Konstituční rovnice tažného materiálu po akumulování plastické deformace
Výzkumná zpráva SVÚSS 83-02006