VLASTNOSTI POĽA IZOKLÍN V OKOLÍ KOREŇA TRHLINY

Vendelín Szabó, CSc
Ústav stavebníctva a architektúry SAV, Bratislava

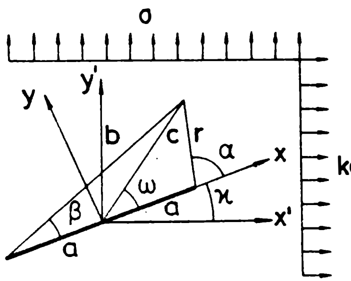
Vektor napätia pre všeobecný prípad centrálnej trhliny v dvojosovo namáhanej oblasti /obr.1/ môžeme napísať v tvare [1]

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{2\sqrt{a\pi}} \begin{bmatrix} h.\cos A - g.\sin B \\ h.\cos A + g.\sin B \\ g.\cos B \end{bmatrix} - \frac{K_{II}}{2\sqrt{a\pi}} \begin{bmatrix} 2h.\sin A + g.\cos B \\ -g.\cos B \\ -h.\cos A + g.\sin B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1}$$

kde

$$K_I = \sigma.M\sqrt{a\pi}\,.\cos\xi \quad , \qquad K_{II} = \sigma.M\sqrt{a\pi}\,.\sin\xi \tag{2}$$

sú koeficienty intenzity napätí; ďalej podľa označení obr.1



Obr.1

$$M = \left[k^2\sin^2\varkappa + \cos^2\varkappa\right]^{1/2},$$

$$\xi = \varkappa - \mathrm{arctg}(k.\mathrm{tg}\varkappa)$$

$$\sigma_0 = \sigma.(k-1)\cos 2\varkappa,$$

$$h = \frac{2.c}{(b.r)^{1/2}},$$

$$g = \frac{a}{(b.r)^{1/2}}\sin(\alpha - \beta),$$

$$A = \frac{\alpha+\beta}{2} - \omega \quad , \qquad B = \frac{3(\alpha+\beta)}{2}.$$

Pre parametre izoklín φ z (1) vyplýva definičný vzťah

$$\mathrm{tg}\,2\varphi = \frac{K_I.g.\cos B + K_{II}\left[h.\cos A - g.\sin B\right]}{-K_I.g.\sin B - K_{II}\left[h.\sin A + g.\cos B\right] + \sqrt{a\pi}\,\sigma_0} \tag{3}$$

Rozborom a využitiu topologických vlastností poľa izoklín sa venovala zatiaľ veľmi malá pozornosť. Ukážeme výsledky analýzy, ktorá priniesla poznatky s praktickým dosahom pri zefektívnení experimentálnych metód určovania koeficientov intenzity napätí vzhľadom na to, že meraním parametrov izoklín možno určiť parametre $\varkappa$, k a ξ daného stavu napätia.

Singulárny bod poľa izoklín vzniká v bode oblasti, v ktorom sa súčasne splnia podmienky

$$\begin{aligned} h.\cos A .\sin\xi + g.\cos(B+\xi) &= 0, \\ h.\sin A .\sin\xi + g.\sin(B+\xi) &= (C-1).\cos\xi , \end{aligned} \qquad (4)$$

kde

$$C - 1 = \frac{(k-1).\cos 2\varkappa}{M.\cos\xi} \qquad (5)$$

je dôležitou charakteristikou poľa napätí v okolí trhliny a možno ju určiť z rovníc (4) pomocou súradníc singulárneho bodu

$$C - 1 = g.\frac{b.c.\sin(B-A) - a^2\sin\alpha}{b.c.\cos A - a^2\sin\alpha .\sin B} \qquad (6)$$

Pre kolmé trhliny / $\varkappa = 0$/ je C-1 = k-1. Z (4) potom

$$g.\cos B = 0, \qquad g.\sin B = k - 1 ,$$

z čoho vyplýva, že singulárny bod v okolí kolmej trhliny môže vzniknúť len pre $k > 1$ na čiare $\alpha + \beta = 60^\circ$ a v bode, v ktorom $k - 1 = g$. Meranie súradníc tohto singulárneho bodu umožňuje určiť pri vyjadrení

$$r = \frac{2.a.\sin\beta}{\sin(\alpha-\beta)}, \qquad b = \frac{2.a.\sin\alpha}{\sin(\alpha-\beta)}$$

pomer zaťažení

$$k = 1 + \frac{2a^2}{b.r}\sqrt{\sin\alpha.\sin(60^\circ-\alpha)} \qquad (7)$$

Podmienkou vzniku singulárneho bodu na voľnom okraji trhliny je splnenie rovnice

$$h \pm 2.\mathrm{cotg}(2\varkappa) = 0 , \qquad (8)$$

z rozboru ktorej vyplýva

$$r = 2.a.\cos^2\varkappa . \qquad (9)$$

Singulárny bod na trhline vzniká
pri $0 \leq \varkappa \leq 45^\circ$ na dolnom okraji trhliny / $\alpha = -180^\circ$/
$45^\circ \leq \varkappa < 90^\circ$ na hornom okraji trhliny / $\alpha = 180^\circ$/.
Meranie súradnice r sa môže využiť na určenie parametra $\varkappa$ šikmosti trhliny.

Z rovnice (3) pri označeniach

$$\begin{aligned} U &= g.[\cos B + \sin B.\mathrm{tg}\, 2\varphi] , \\ V &= h.[\cos A + \sin A.\mathrm{tg}\, 2\varphi] - g[\sin B - \cos B.\mathrm{tg}\, 2\varphi] \end{aligned} \qquad (10)$$

môžeme pri predpoklade $\varphi \neq 45^o$ odvodiť rovnicu

$$U + V.\mathrm{tg}\,\xi = (C - 1).\mathrm{tg}\,2\varphi\,, \tag{11}$$

riešením ktorej pre dva rôzne body (r_j, α_j), (r_k, α_k) dostaneme pre parametre poľa napätí

$$\mathrm{tg}\,\xi = \frac{U_j.\mathrm{tg}\,2\varphi_k - U_k.\mathrm{tg}\,2\varphi_j}{V_k.\mathrm{tg}\,2\varphi_j - V_j.\mathrm{tg}\,2\varphi_k}\,,$$

$$C - 1 = \frac{U_j.V_k - U_k.V_j}{V_k.\mathrm{tg}\,2\varphi_j - V_j.\mathrm{tg}\,2\varphi_k} \tag{12}$$

Presnejšie riešenie dáva uvažovanie väčšieho počtu experimentálnych bodov a použitie metódy najmenších štvorcov pri výpočte neznámych v (11).

Ako špeciálne prípady rovnice (11) môžeme uvažovať

a/ vyhodnocovanie v reze $\alpha = 0$ /$y = 0$, $x > 0$/. Potom $\beta = \omega = g = A = B = 0$ a

$$\mathrm{tg}\,2\varkappa = -\frac{2}{h}.\mathrm{tg}\,2\varphi\,, \tag{13}$$

t.j. šikmosť trhliny $\varkappa$ určíme meraním súradnice r bodu, v ktorom izoklína parametru φ pretína uvažovaný rez $\alpha = 0$.

b/ vyhodnocovanie pozdĺž izoklíny $\varphi = 0^o$ alebo $\varphi = 90^o$. Pre tento prípad dostaneme po úpravách

$$\mathrm{tg}\,\xi = \frac{\cos B\,.\sin\frac{\alpha - \beta}{2}}{\sin B\,.\sin\frac{\alpha - \beta}{2} - \sqrt{(b + r)}}\,. \tag{14}$$

Literatúra

1 Szabó,V.: Stav napätia v okolí šikmej trhliny pri dvojosovom namáhaní. Stavebnícky časopis, 31, 1983, č.5, 415-434.