

FOTOELASTICIMETRICKÉ METODY ZJIŠŤOVÁNÍ SMÍŠENÉHO SOUČINITEL- LE INTENZITY NAPĚTÍ K_I A K_{II}

Ing. Josef Vísner, CSo.
k. p. Škoda, Plzeň

V rovinném tělese s obecně položenou trhlinou je napjatost v nepatrném okolí špičky trhliny popsána rovnicemi:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left[2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right] + \bar{\sigma}_{xx} \\ \sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right] + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \dots 1 \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right]\end{aligned}$$

Kromě součinitele intenzity napětí K_I (Opening Mode) a konstanty $\bar{\sigma}_{xx}$ obsahují rovnice ještě konstantu K_{II} - součinitel intenzity napětí pro druhý způsob zatížení (Sliding Mode). Určení neznámých konstant K_I , K_{II} a $\bar{\sigma}_{xx}$ prostřednictvím obrazu izochromat je podstatně složitější úloha než při určování K_I .

Problematickou se zabývala řada autorů, kteří navrhli několik způsobů řešení neznámých K_I , K_{II} a $\bar{\sigma}_{xx}$ z údajů fotoelasticimetrického měření.

Všechny návrhy vycházejí z rovnice pro maximální smykové napětí $\bar{\tau}_{max}$, které je vyjádřeno oblouky izochromat a lze je odvodit z rovnice 1 ve tvaru:

$$\bar{\tau}_{max} = \left\{ \frac{1}{4\pi r} \left[(K_I \sin \theta + 2K_{II} \cos \theta)^2 + (K_{II} \sin \theta)^2 \right] + \frac{\bar{\sigma}_{xx}^2}{V_{2\pi r}} \left[K_I \sin \theta (1 + 2\cos \theta) + K_{II} (1 + 2\cos^2 \theta + \cos \theta) \right] + \frac{\bar{\sigma}_{xx}^2}{2} \right\}^{1/2} \dots 2$$

K experimentálnímu určení neznámých K_I , K_{II} a $\bar{\sigma}_{xx}$ je dále využít známý vztah z fotoelasticimetrie:

$$\bar{\tau}_{max} = \frac{n}{2c} K_0 \dots 3$$

Podrobnější postup řešení je uveden souhrnně v literatuře /1/. Společnou nevýhodou těchto metod je, že vycházejí z rovnice 2, jejíž tvar je značně komplikovaný a výpočet neznámých se provádí postupnou aproximací, nebo speciálním výběrem měřených míst. Obvyklý je též výpočet se zanedbáním konstanty $\bar{\sigma}_{xx}$.

Jednodušší je možné úlohu řešit tím, že se pro výpočet součinitelů intenzity napětí K_I a K_{II} nepoužije kompli-

kovaný tvar rovnice 2, ale vychází se ze třetí z rovnic 1. Přitom se použije známá rovnice z fotoelasticimetrie pro výpočet smykového napětí ze změřeného řádu izochromat m a úhlu izoklin α :

$$\tau_{xy} = \tau_{\max} \sin 2\alpha = \frac{m}{2t} k_{\theta} \sin 2\alpha \quad \dots 4$$

Výsledná rovnice pro výpočet neznámých K_I a K_{II} má tvar:

$$\sqrt{\frac{\pi r}{2}} \frac{m}{t} k_{\theta} \sin 2\alpha = K_I \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \quad \dots 5$$

Fotoelasticimetrickým měřením $m_{1,2}$ a $\alpha_{1,2}$ ve dvou různých bodech ($r_{1,2}$; $\theta_{1,2}$) se neznámé K_I a K_{II} z rovnice 5 jednoduše vypočtou.

Úloha se zjednoduší, když se pro měření použijí dva body stejně vzdálené od špičky trhliny, z nichž jeden leží na ose x a druhý na ose y . V tomto případě platí pro bod X na ose x ($\theta = 0$) rovnice:

$$K_{II} = \sqrt{\frac{\pi r}{2}} \frac{m_x}{t_x} k_{\theta} \sin 2\alpha_x \quad \dots 6$$

a pro bod Y na ose y ($\theta = \frac{\pi}{2}$) po úpravách

$$-K_I + K_{II} = 2\sqrt{\frac{\pi r}{2}} \frac{m_y}{t_y} k_{\theta} \sin 2\alpha_y$$

odkud:

$$K_{II} = \sqrt{\pi r} k_{\theta} \left(\frac{m_x}{t_x} \frac{1}{\sqrt{2}} \sin 2\alpha_x - 2 \frac{m_y}{t_y} \sin 2\alpha_y \right) \quad \dots 7$$

Použití této metody nevylučuje mnohabodové měření a statistické zpracování výsledků.

Použití této metody i metod vyvinutých výše uvedenými autory je omezeno jen na blízké okolí špiček trhliny a kromě toho je přesné pouze pro určitý rozsah úhlů 0. Otázka vlivu úhlu 0 a vzdálenosti od špičky trhliny r na přesnost získaných hodnot K_I a K_{II} použitím singulárních rovnic 1 byla řešena v rámci spolupráce Škoda Plzeň - ČSTARCH Bratislava.

Experimentální ověření metody bylo provedeno na takové desce s centrální šikmou trhlinou a zatížené jednoosovým tahem. Celkem bylo zhotoveno pět modelů se sklonem trhliny $\beta = 40, 50, 60, 70$ a 80° . Vlastní trhlina byla modelována "V" vrubem o vrcholovém úhlu 40° a šířce 1 mm. Vrub byl vyříznut speciální kotoučovou pilou a aby byla získána vnitřní trhlina byl model slepen.

Pozorování obrazu izochromat na zatížených modelech ukázalo, že vychýlení trhliny způsobuje odklon oblouků izochromat tak, že jejich vrcholy již neprotínají osu y jako je tomu u kolmé trhliny. Proto také nebylo pro výpočet použití zjednodušených tvarů rovnic 6 a 7, ale vycházelo se

z oboecného tvaru 5 a úhel osy 0 podél které se měřily parametry m a b byl veden inflexními body oblouků izochromat. Výsledek měření průběhu řádu izochromat m a úhlu izoklin na modelu s trhlinou o šikmosti $= 60^\circ$ je na obr. 1. Měření bylo prováděno ve vzdálenosti 1-5 mm od špičky trhliny, t.j. v rozsahu $= 0,05 + 0,25$.

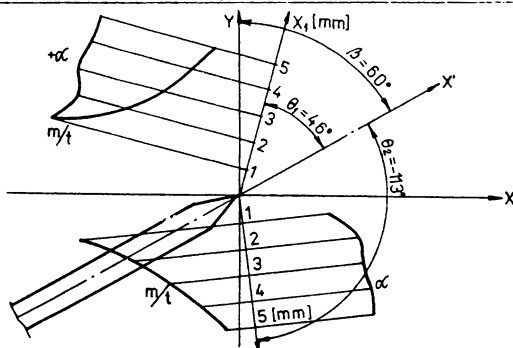
Součinitel intenzity napětí K_I a K_{II} byly počítány z rovnice 5 a byly určeny jako průměrné hodnoty údajů měření na osách x_1 a x_2 (obr. 1). Výsledek je uveden na tab. 1, kde je pro porovnání uveden rovněž údaj teoretického výpočtu /2/ a z měření ÚSTARCH /3/. Vzájemná shoda výsledků je velmi dobrá.

Literatura:

- /1/ J. Vísner: Fotoelasticimetrické metody vyšetřování součinitelů intenzity napětí K_I a K_{II} . Výzkumná zpráva č. Ae 5110/Dok k.p. Škoda Plzeň, 1984
- /2/ D.P. Rooke, D.J. Carwright: Compendium of stress intensity factors London Her Majesty, Stationary Office
- /3/ J. Baláš + kol.: Výzk. zpráva ÚSTARCH Bratislava 1985

β	$K_I/6\sqrt{\pi a}$			$K_{II}/6\sqrt{\pi a}$		
	Fotoel.	ÚSTARCH	TEORIE	Fotoel.	ÚSTARCH	TEORIE
80	1,045	1,00	0,9698	0,105	0,08	0,1710
70	0,82	0,85	0,8830	0,27	0,22	0,3214
60	0,695	0,75	0,75	0,415	0,43	0,4310
50	0,605	0,51	0,5868	0,480	0,46	0,4924
40	0,462	0,47	0,4132	0,485	0,48	0,4924

Tab. 1



Obr. 1