

POUŽITIE METÓDY KAUSTÍK

Marta Mikolová

Veľký rozmach techniky, používanie nových materiálov, potreba snahy zníženia hmotnosti konštrukcie, ako aj snaha o dokonalé využitie materiálu kladú v posledných rokoch veľký dôraz na výpočet a dimenzovanie. Potreba riešenia praktických úloh pevnosti konštrukčných prvkov s trhlinami podnietila záujem o štúdium procesu deformácie a porušenia reálnych telies. Experimentálna analýza zaoberajúca sa vyšetrovaním singulárnych polí sa rozvíja hlavne v poslednom desaťročí. Záujem sa sústreďuje o rozvoj takých experimentálnych metód, hlavne optických, ktoré môžu byť aplikované na vyšetrovanie problémov lomovej mechaniky.

Jednou z dôležitých ciest k zvýšeniu kvality konštrukcií je dôsledná aplikácia teórie spoľahlivosti konštrukcií a pri projektovaní, výrobe a skúšaní konštrukčných prvkov a to jak v strojárstve tak v stavebníctve. Tvorčím spôsobom sa rozvíja lomová mechanika, ako základ modelovania životnosti konštrukcií. Problematika pretvárania a porušovania konštrukcií je aktuálnou otázkou ďalšieho výskumu. Je treba naďalej hľadať nové cesty v hodnotení pevnosti a spoľahlivosti telies a zabezpečiť podmienky dlhodobej a spoľahlivej prevádzky jednotlivých konštrukcií.

Pre výskum stavu napätia v blízkosti singularít sa dnes používajú takmer všetky známe optické metódy: fotoelasticimetria a interferenčné metódy s jednotlivými modifikáciami. Obrazce interferenčných čiar obdržané týmito metódami reprezentujúce napätové a deformačné polia sa môžu líšiť od skutočného stavu, ktorý zodpovedá pružnému rovinnému problému. Optické záznamy zodpovedajúce vysokej koncentrácii napätí, alebo striedavosti singulárnej oblasti sú neprehľadné. Tieto optické metódy získavajú informácie z bodov vzdialených od zdroja singularity. S ohľadom na tieto skutočnosti sa používa metóda kaustík, ktorá uvedené nevýhody nemá.

Rozpracovaná teória odrazových kaustík umožňuje pri jednoduchom experimentálnom zariadení aplikáciu reálnych objektov s trhlinami.

Silne presvietená krivka na tienidle umožňuje zaznamenať mechanickú singularitu premenenú na optickú, ktorá udáva podstatné

informácie o charaktere tvarových zmien vyšetřovaného objektu. Meraním geometrických charakteristík týchto čiar /resp. tmavých plôch/ získavame hodnoty charakterizujúce príslušné singulárne pole.

Rovnica kaustickej čiary vo všeobecnom tvare má tvar :

$$(1 - \text{grad}^2 f)^2 + 2 \cdot (1 - \text{grad}^2 f) \cdot (z' - z_2) \cdot \nabla^2 f + (z' - z_2)^2 \cdot \nabla^2 \frac{\partial}{\partial p_2} \text{grad} f - \text{grad}^2 f (\text{grad} f) = 0$$

kde f je funkcia pre ľubovoľne deformovaný povrch.

Po aplikácii na rovinné problémy rovnica kaustickej čiary má tvar :

$$(1 - \text{grad}^2 f)^2 - 4 \cdot (z' - z_2)^2 \cdot \text{grad} (\text{grad} f) = 0$$

kde $f = - \frac{u d}{2} \cdot (\mathcal{G}'_1 + \mathcal{G}'_2)$

pre funkciu $\text{grad}(\text{grad} f)$ dostávame

$$\text{grad} (\text{grad} f) = \frac{1 - \text{grad}^2 f}{2(z' - z_2)} \quad \text{kde } z' - z_2 \text{ je vzd. záznamu a def. povrchu}$$

po zavedení zjednodušujúcich predpokladov

$$\text{grad} (\text{grad} f) = \frac{1}{2 \cdot (z' - z_1)}$$

kde $(z' - z_1)$ je vzdialenosť záznamu od nedeformovaného povrchu.

Tejto rovnici vyhovujú body povrchu modelu, ktoré tvoria tzv. generujúcu krivku kaustiky, pre opticky necitlivý materiál môžeme v jednotlivých prípadoch uvažovať kružnicu so stredom v koreni trhliny.

Praktické využitie uvedených vzťahov pre výpočet KIN v okolí SPN naráža ovšem na 2 nevýhody predpokladaného usporiadania a to :

1. získanie kaustík dostatočne veľkých pre spoľahlivé určenie potrebných parametrov vyžaduje veľké vzdialenosti tienidla /záznamovej roviny/ od objektu
2. platnosť získaného riešenia závisí od znamienka gradientu funkcie súčtov hlavných napätí a môže nastať prípad, kedy podmienka vzniku kaustických čiar nie je splnená.

Obidve tieto nevýhody je možné odstrániť použitím optickej sú-

stavy. Odvodenie pre chod lúčov cez optickú sústavu previedol V. Szabó, ktorý sa zaoberal rozborom chodu svetelných lúčov cez reálne objekty v rovinnom stave napätia, Toto riešenie bolo aplikované na odrazové typy kaustík. Bola odvodená upravená rovnica kaustickej čiary.

Pre podmienku kaustiky platí :

$$\text{grad}(\text{grad } f) = \frac{1 - M}{2 \cdot (ZL \cdot A + FM)}$$

$$M = \frac{ZT - ZL}{F} \quad \text{a} \quad A = 1 - M$$

kde :

ZT je vzdialenosť roviny záznamu od vyšetrovaného objektu

ZL je vzdialenosť šošovky od modelu

F je ohnisková vzdialenosť použitej šošovky.

Na základe tohoto riešenia sme odvodili vzťahy pre výpočet koeficientov intenzity napätí módu I a II.

Výhodou tohoto riešenia je skutočnosť, že je možné získať kaustické čiary ľubovoľnej želannej veľkosti, ktoré sú vhodné pre vyhodnocovanie aj pri použití nielen transparentných modelov, ale aj modelov z reálnych materiálov.

Tabuľka udáva vzťahy pre výpočet KIN módu I a II.

K	$K = f(r)$	$K = f(q_{\max})$	$K = f(D_{x_{\max}})$
K_I	$L_1 \cdot G \cdot r^{\frac{5}{2}} \cdot \cos f$	$L_2 \cdot G \cdot q_{\max}^{\frac{5}{2}} \cdot \cos f$	$L_4 \cdot G \cdot D_{x_{\max}}^{\frac{5}{2}} \cdot \cos f$
K_{II}	$L_1 \cdot G \cdot r^{\frac{5}{2}} \cdot \sin f$	$L_2 \cdot G \cdot q_{\max}^{\frac{5}{2}} \cdot \sin f$	$L_4 \cdot G \cdot D_{x_{\max}}^{\frac{5}{2}} \cdot \sin f$

kde je potrebné poznať len materiálové konštanty, zoradenie optickej zostavy a parametre kaustickej čiary - q_{\max} , resp. D_{\max} a parameter f .

$$L_1 = \frac{2 \cdot \sqrt{2\pi} \cdot E}{3 \cdot \mu \cdot d}$$

$$L_2 = \frac{2 \cdot \sqrt{0,432 \cdot \pi} \cdot E}{5 \cdot \mu \cdot d}$$

$$L_4 = \frac{\sqrt{D \cdot E}}{6 \cdot \nu \cdot d}$$

$$G = \left\{ \left[ZL \cdot (1 - M) + F \cdot M \right] \cdot (M - 1)^{\frac{3}{2}} \right\}$$

Experimentálna optická metóda založená na princípoch geometrickej optiky, známa v literatúre ako metóda kaustík sa javí ako veľmi výhodná a efektívna pre riešenie singularných polí. Jej výhodou je veľmi rýchle a jednoduché určovanie koeficientov intenzity napätí na konštrukčných prvkoch s trhlinami. Uvedená metóda umožňuje určovať hodnoty KIN na konštrukčných prvkoch s trhlinami nielen na transparentných modeloch, ale na modeloch z reálnych materiálov - a to napr. kovových, materiálov z plastických hmôt, prípadne kompozitných materiálov.

Literatúra

1. Mikolová : Optická metóda vyšetrovania deformačných procesov v oblastiach so singularitami poľa napätí - KDP Bratislava, 1982
- 2, Szabó V.: Interpretácie obrazu izopách v okolí singularít poľa napätí. Zborník 20. čs. konferencie EAN 1982
3. Záverečná správa VÚ III-3/4.0.13 Katedra stavebnej mechaniky - - riešiteľ úlohy M.Mikolová. Bratislava, 1985
Experimentálne vyšetrovanie napätí a deformácií v okolí trhlín v ťahaných a ohýbaných konštrukčných prvkoch.