

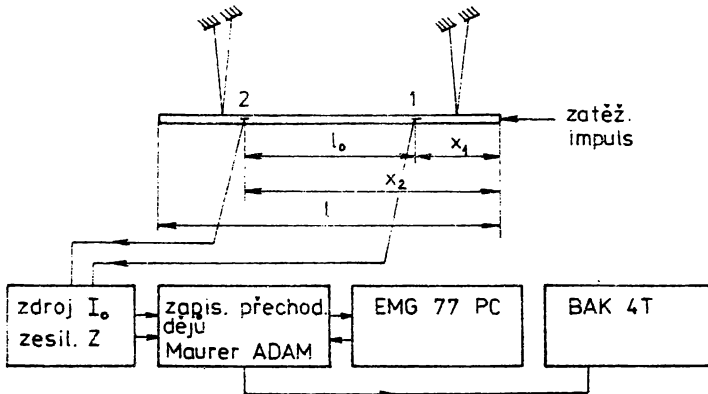
## ZJIŠŤOVÁNÍ DYNAMICKÝCH MATERIÁLOVÝCH A KONSTRUKČNÍCH VLASTNOSTÍ METODOU PŘENOSOVÝCH CHARAKTERISTIK

Josef Beneš, Helena Šebková, Eduard Veselý,  
Ústav termomechaniky ČSAV, Praha

Potřeba stanovení dynamických charakteristik řetězů vedla ke zkoumání problematiky popisované v tomto referátu. Dynamickými charakteristikami rozumíme u materiálu závislost modulu pružnosti a útlumu na budící frekvenci, u konstrukčních prvků místo modulu pružnosti vystupuje dynamická tuhost. Tyto vlastnosti mohou být také popsány disperzními závislostmi, tj. závislostí fázové rychlosti vln a útlumu na frekvenci šířících se vln. Pro jejich určení lze užít řadu přímých i nepřímých postupů vycházejících z identifikace parametrů stojatého anebo postupného vlnění. Volba postupu je do značné míry závislá na přístrojovém vybavení.

V této práci uvedem popis metody vycházející z analýzy šíření osamělého pulsu. Osamělý puls je takový, který v nule začíná a v nule končí. Výhodou navrhované metody jsou malé nároky na budící zatěžovací zařízení a možnost separace určitých vlivů jako je např. vliv uložení. Větší nároky jsou však kladeny na přesnost měření, zpracování a vyhodnocení registrovaných signálů.

Na obr.1 je schema uspořádání pro vyšetřování disperz-



Obr.1 Schema experimentálního zařízení

ních vlastností tyčí. Duralová tyč, zavěšená na tenkých bifilárních závěsech byla zatěžována rázem úderníku. Takto vybuzený puls se šířil tyčí přes měřicí místa 1 a 2. Pro registraci pulsu byly použity vždy dva polovodičové tenzometry délky 3 mm zapojené do série, napájené ze zdroje konstantního proudu  $I_0$ . Signál z tenzometrů byl zesílen zesilovačem a poté registrován zapisovačem přechodových procesů ADAM /rozlišení 10 bit/. Ze zapisovače ADAM byly oba signály vedeny do počítače ENG 777 ke zpracování. Výsledky měření i vyhodnocení byly podle potřeby vykresleny na zapisovači BAK.

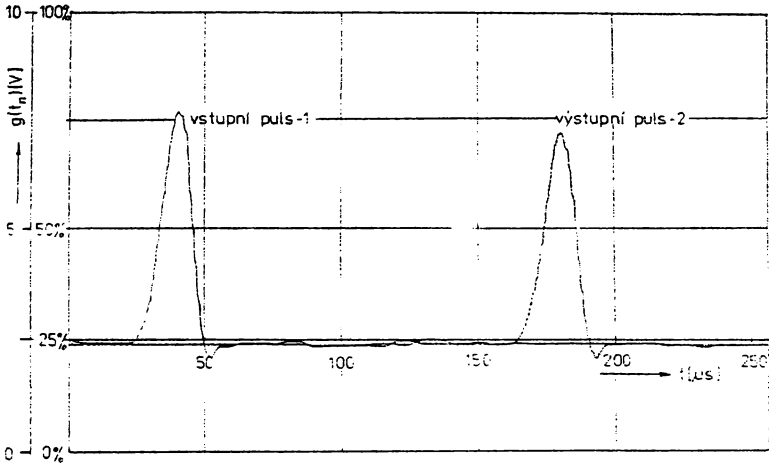
Navrhovaná metoda sestává z řešení těchto problémů:

- 1/ Registrace napěťového resp. deformačního pulsu v místech 1 a 2.
- 2/ Vyšetření spekter, tj. výpočtu amplitudy a fáze jednotlivých harmonických složek tvořících vstupní puls - 1 a výstupní puls - 2.
- 3/ Výpočet přenosové charakteristiky mezi místy 1 a 2.
- 4/ Výpočet materiálových /resp. konstrukčních/ charakteristik z charakteristik přenosových.

Zmíníme se nyní podrobněji o jednotlivých problémech a uvedeme některé z docílených výsledků.

ad 1/ Tenzometricky jsme registrovali deformační puls. Zároveň u míst 1 a 2 jsme se přesvědčili, že deformační konstanty dvojic tenzometrů se lišily o  $\approx 1\%$ . Protože přenosová charakteristika vystihuje relaci mezi místy 1 a 2, nebylo potřeba snímače cejchovat absolutně a vyhodnocení probíhalo na úrovni napěťového signálu. V obr.2 je vykreslen vstupní signál /v místě 1/ -  $g_1(t_n)$  a výstupní /v místě 2/ -  $g_2(t_n)$ . Signál je tvořen 256 vzorky po  $1 \mu s$ . / $T=256 \mu s$ /. Velikost časového kroku byla volena dostatečně malá, aby neovlivnila výsledky vyhodnocení. Celkový čas vyhodnocení  $T$  byl volen tak, aby pulsy byly "úplné" a aby se v tomto intervalu neuplatnily pulsy odražené od konců tyče.

ad 2/ Vyšetření spekter vstupního a výstupního signálu. Měřená veličina  $g(t_n)$  je definována v diskrétních časech  $t_n$  pro  $t \in \langle 0, T \rangle$ . Interval  $\langle 0, T \rangle$  je rozdělen na  $N$  dílků;  $n$  nabývá hodnot  $0, 1, \dots, N-1$ . Pro každý z měřených signá-



Obr.2 Průběhy vstupního a výstupního pulsu

Lů  $g_1(t_n)$  a  $g_2(t_n)$  můžeme psát

$$g(t_n) = \sum_{k=0}^{N-1} G(f_k) e^{i \frac{2\pi nk}{N}}$$

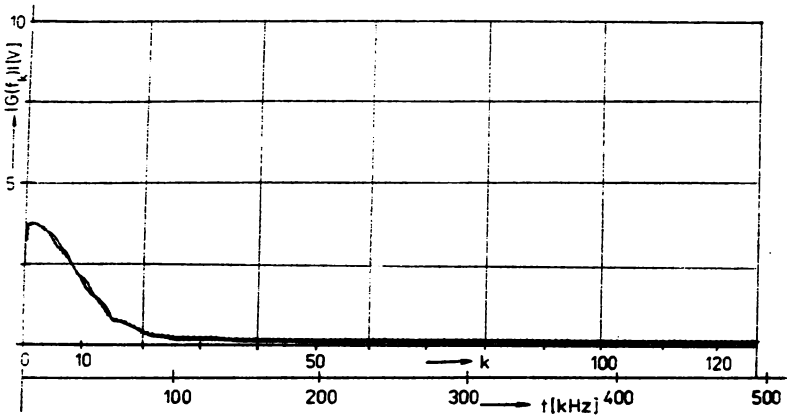
kde pro  $G(f_k)$  platí

$$G(f_k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} g(t_n) e^{-i \frac{2\pi nk}{N}}$$

$G(f_k)$  jsou amplitudy spektra v komplexním tvaru funkce  $g(t_n)$ , definované pro frekvence  $f_k$ , kde  $k=0,1, \dots, N-1$ . Vektor  $G(f_k)$  můžeme také popsat absolutní hodnotou  $|G(f_k)|$  a fází  $\theta$  takže platí

$$G(f_k) e^{i \frac{2\pi nk}{N}} = |G(f_k)| e^{i \left( \frac{2\pi nk}{N} + \theta(f_k) \right)}$$

Hodnoty  $|G(f_k)|$  resp.  $\theta$  jsou v intervalu  $\langle 0, N \rangle$  rozloženy vůči hodnotě  $K=N/2$  symetricky resp. antimetricky a proto postačuje pro názor vykreslovat jen polovinu vyhodnocovaného intervalu. V obr.3 jsou vyneseny amplitudové části obou spekter. Je patrné, že měřené pulsy jsou tvořeny převážně složkami do frekvencí  $f \approx 100$  kHz. Vyšší harmonické s ohle-



Obr.3 Průběhy amplitud spekter

dem na malé hodnoty a tudíž velké relativní chyby a rovněž i se zřetelem k tomu, že horní mezní frekvence měřící tenzometrické aparatury byla také  $\approx 100$  kHz, nemá smysl uvažovat. Bude to patrné i z charakteru vyhodnocených průběhů. Vyhodnocené průběhy fáze neuvádíme, poněvadž tyto závislosti jsou pro vizuální posouzení zcela neprůhledné.

### ad 3/ Výpočet přenosové charakteristiky.

Přenosovou charakteristikou  $H(f_k)$  mezi místy 1 a 2 rozumíme komplexní funkci definovanou vztahem

$$H(f_k) = \frac{G_2(f_k)}{G_1(f_k)} = \frac{|G_2(f_k)|}{|G_1(f_k)|} e^{i[\theta_2(f_k) - \theta_1(f_k)]}$$

Tato charakteristika vyjadřuje, s jakou amplitudovou a fázovou změnou se ta která harmonická výchylka v místě 1 transponuje do místa 2.

Předpokládáme nyní, že námi zkoumaná tyč je tenkou jednorozměrnou viskoelastickou tyčí. Takováto tyč je schopna přenášet vlny, které můžeme popsat vztahem

$$q(x,t) = \text{konst.} \cdot e^{-bx} e^{i\omega(t - \frac{x}{c})}$$

Tento vztah popisuje šíření tlumené harmonické vlny s útlumem závislým na vzdálenosti  $x$ . V daném místě  $x$  se průběh popisované veličiny mění v čase  $t$  harmonicky /s konstantní amplitudou/. Součinitel  $b$  vyjadřuje útlum,  $\omega = 2\pi f$  je kruhová frekvence vlny a  $c$  je její fázová rychlost.

Vyjádříme-li si pomocí posledního vztahu průběh amplitudy v místě 1 -  $g_1(t)$  a v místě 2 -  $g_2(t)$  a definujeme-li opět komplexní přenosovou funkci  $H(f)$ , dostaneme:

$$H(f) = \frac{g_2(t)}{g_1(t)} = \frac{-bl_0}{a} e^{-i\omega \frac{l_0}{c}} = \frac{-\delta \frac{l_0}{\lambda}}{a} e^{-i\omega \frac{l_0}{c}},$$

kde  $\lambda$  je délka vlny s frekvencí  $f$  a  $\delta$  je příslušný logaritmický dekrement útlumu.

ad 4/ Výpočet materiálových resp. konstrukčních charakteristik.

Porovnáme-li oba vztahy pro přenos, můžeme odvodit pro logaritmický dekrement útlumu  $k$ -té složky

$$\delta_k = \frac{\lambda_k}{l_0} \ln \frac{|G_1(f_k)|}{|G_2(f_k)|} = b_k \lambda_k = \frac{b_k c_k}{f_k}$$

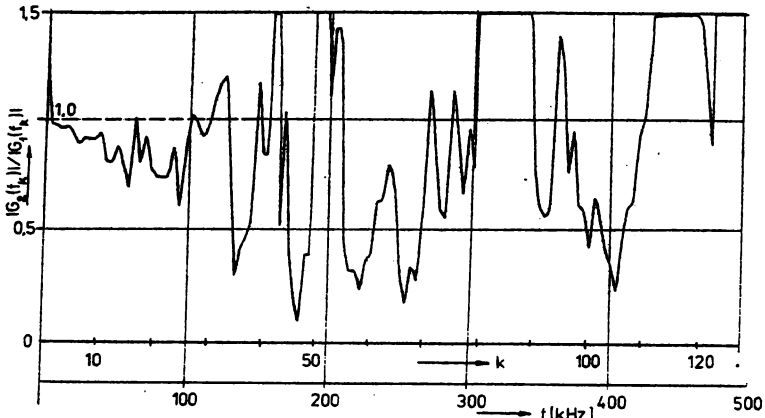
a pro fázovou rychlost  $k$ -té složky

$$c_k = \frac{2\pi}{[\theta_2(f_k) - \theta_1(f_k)] + p2\pi},$$

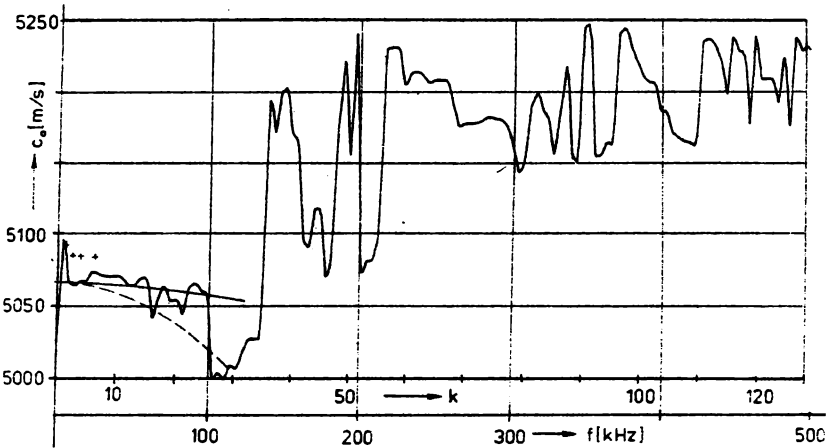
kde  $p$  závisí na poměru  $l_0/\lambda_k$ .

V obr.4 jsou vykresleny poměry amplitud  $|G_2(f_k)|/|G_1(f_k)|$  vyjadřující útlum. Kdyby zkoušená tyč nevykazovala materiálový útlum, byl by tento poměr 1. V obr.5 jsou pak vyneseny vypočítané fázové rychlosti.

Z vynesných závislostí je patrné, že průběhy vykazují "rozumný" charakter do  $f=100$  kHz. V průbězích rychlosti je vypočítanými hodnotami proložena parabolická závislost s vodorovnou tečnou v počátku /plná čára/, čárkovaná čára je teoretická závislost fázové rychlosti na frekvenci vypočítaná z Pochhammerových rovnic pro elastickou kruhovou tyč. Experimentálně zjištěné vyšší hodnoty fázové rychlosti je možno přičíst na vrub vlivu tlumení.



Obr.4 Amplitudová část přenosu



Obr.5 Průběh fázové rychlosti

Popsaná metodika byla použita pro vyšetření průběhu fázové rychlosti a útlumu pro kloubový transportní řetěz. Řetěz je z hlediska šíření vln složitou po částech periodicky homogenní strukturou. Použití popsané metodiky znamenalo přijetí jednorozměrného viskoelastického kontinua za model řetězu. Zjišťované charakteristiky umožnily posuzovat vlivy předpětí řetězu, kvality výroby a případného provozního opotřebení.