



30th Conference of Experimental Stress Analysis
 30. konference o experimentální analýze napětí
 2. - 5. 6. 1992 ČVUT Praha Czechoslovakia

J-INTEGRAL DETERMINATION BY CAUSTICS - APPLICABILITY OF THE METHOD

KAUSTICKÉ URČENIE J-INTEGRÁLU - ANALÝZA POUŽITEĽNOSTI METÓDY

Ivánková O., Držík M.

Theoretical/experimental analysis of the optical method of shadow visualization applied to the determination of the value of J-integral. Importance of the knowledge of the region where the theory is applicable

Keywords: J-integral, shadow visualization, HRR-theory

Klasická optická metóda tienovej vizualizácie sa ukázala úspešne aplikovateľnou pri riešení problémov experimentálnej lomovej mechaniky. V poslednej dobe sa objavili pokusy využiť metódu aj pri určení J-integrálu [1]. Touto veličinou môžeme charakterizovať pružnoplastický stav v okolí trhliny.

Záznam tieňových obrazcov je z experimentálneho hľadiska veľmi jednoduchý, metóde sú však vlastné niektoré obmedzenia a aproximácie, ktoré pri interpretácii nameraných dát musíme brať do úvahy.

Deformovanú plochu v okolí špičky trhliny, ktorá sa vytvorí vplyvom zaťaženia, opisuje funkcia $F/x_1 / x_1 = r \cos \theta$, $x_2 = r \sin \theta$ /. Ak dopadajúce lúče sú rovnobežné s optickou

osou, pre odrazené lúče platí známy vzťah /paraxiálne lúče/

$$\dot{x}_i = x_i - 2p \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad /1/$$

kde označenia sú na Obr.1. Využitím zákona lomu pre lúče idúce šošovkou dostaneme výraz vyjadrujúci súradnice bodu dopadu lúča v rovine x_i'' tienidla

$$x_i'' = -\frac{\Delta}{f} / x_i + \frac{2\Delta}{M} \frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad /2/$$

kde M je zväčšenie obrazu predmetu v obrazovej rovine a Δ je posunutie tienidla z tejto roviny nutné pre vizualizáciu tieňového obrazca.

Z optiky vieme, že pre hraničnú krivku tieňového obrazca /kaustiku/ musí byť splnená podmienka o rovnosti nule determinentu Jakobiánu rovníc /2/

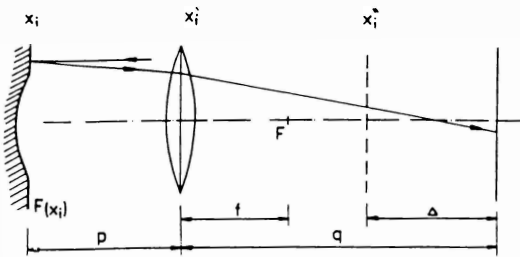
$$\begin{aligned} & / M + \frac{\Delta}{f} /^2 - 2 / M + \frac{\Delta}{f} / \frac{\Delta}{M} / \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} / + \\ & + 4 / \frac{\Delta}{M} /^2 / \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x_1} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1} \frac{\partial^2 F}{\partial x_2} / = 0 \quad /3/ \end{aligned}$$

Táto optická rovnica platí všeobecne pre pružné i plastické napätové pomery. Pomocou rovníc /3/ a /2/ môžeme priradiť každému bodu na kaustickej krivke zodpovedajúci východzí bod na telese, kde sa daný lúč odrazil.

Pre materiály, ktorých zaťažovací diagram môže byť opísaný Ramberg-Osgoodovým pružnoplastickým modelom, možno pre oblasť okolo špičky trhliny použiť Hutchinson-Rice-Rosengrenovu /HRR/ teóriu [2]. Funkciu povrchu potom vyjadríme ako

$$F/r, \theta / = - \frac{\sigma_* t}{2E} \frac{\sqrt{E}}{G_{I_n}^2} / \frac{n}{n+1} E_{1j} / \theta, n / , \quad /4/$$

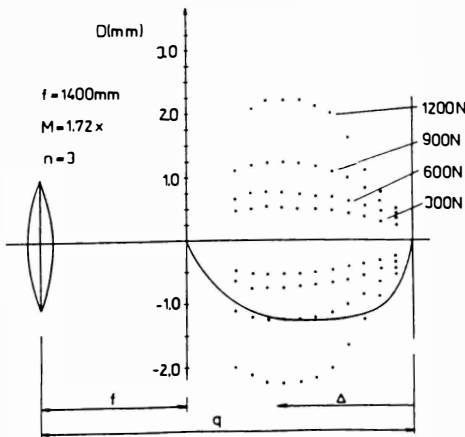
kde t je hrúbka vzorky, E Youngov modul, σ_* je napätie na mezii klzu, n je koeficient spevnenia, E_{1j} , I_n sú funkcie [4]. Dosadením /4/ do /3/ a /2/ získame výraz vyjadrujúci závislosť priemeru kaustiky a parametra Δ



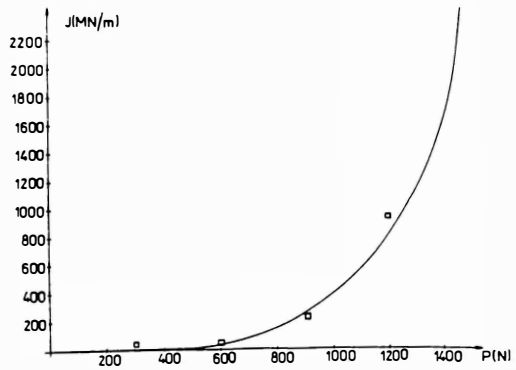
Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3



Obr. 4

$$D = \frac{JE}{S_n \sigma_0^2} \frac{n/3n+2}{\frac{\sigma_0 t}{E}} \frac{n+1/3n+2}{M} + \frac{\Delta}{f} \frac{\Delta}{M/M + \frac{\Delta}{f}} \frac{n+1/3n+2}{5/}$$

Experiment s meraním J-integrálu sme uskutočnili na trojbo-
dovce zaťažovanom skalovom nosníku. Tieňové obrazce /Obr.2/ sa
fotografovali tak, že objektív bol v stabilnej vzdialenosti
od modelu a pohybovalo sa teleso fotoaparátu s filmom.

Hodnoty priemerov premietnutých obrazcov sú na Obr.3.
Je tu dobre vidieť zmenu priemeru pri posúvaní roviny tieni-
dla. Treba zdôrazniť, že každej z týchto rovín zodpovedá
miesto na telese, kde sa vlastne meranie uskutočňuje. Na
Obr.3 je nakreslený aj teoretický priebeh krivky podľa /5/.
Porovnaním s reálne získanými hodnotami vidíme, že teóriu HRR
je možné využiť iba pre určitú vzdialenosť Δ t.j. v určitej
vzdialenosti od špičky trhliny. Tento výsledok bolo možné
očakávať, pretože HRR teória neplatí v bezprostrednej blíz-
kosti špičky, ako aj relatívne ďaleko od nej. Inak povedané
pri využívaní HRR teórie na vyhodnotenie J-integrálu potrebu-
jeme poznať oblasť v okolí špičky trhliny, kde táto teória
dostatočne presne opisuje napätový stav.

Vyhodnotené veličiny J-integrálu pre rôzne zaťaženia
ukazuje Obr.4 v porovnaní s grafickou závislosťou získanou
numerickým výpočtom použitím metódy konečných prvkov.

Literatúra

- [1] Rosakis A.J., Ma, C.C., Freund L.B., J. Appl. Mech. 105, 1983
[2] Hutchinson J.W., J. Mech. Phys. Solids, 16, 1968

Ing. Olga Ivánková, Katedra stavebnej mechaniky STU, 813 68
Bratislava, Mgr. Milan Držík, CSc, ÚSTARCH SAV, 842 20 Brati-
slava