

THE TORSION TEST'S STATE OF THE STRESS SOLUTION  
 STANOVENÍ NAPĚŤOVÉHO STAVU TORZNÍHO TESTU

Fuxa J.

This new method tackles the stress and strain state in the common sample point. It makes possible to express a little as well as a large (plastic) deformations, also in the region, where Cauchy's equations are not valid. The method reflects the main stress and strain axis rotation and enables to compute the components of strain, strain rate and stress, as well as the strain intensity, strain rate intensity and stress intensity.

V [1,2] bylo ukázáno, že v oblasti velkých plastických deformací nelze určovat velikost a směry hlavních poměrných deformací z geometrických (Cauchyho) rovnic, že je však možné určit složky deformačního stavu z fyzikálních předpokladů prostředky analytické geometrie, a to vyhodnocením změny tvaru (fiktivní) kružnice, myšlené na válcové ploše zkrcovaného vzorku.

Fiktivní kružnice této válcové plochy - jejíž osa je totožná s osou krouceného vzorku, jejíž délka se shoduje s aktivní délkou  $L$  zkrcovaného vzorku a jejíž plášť je od osy vzorku vzdálen  $R$  - se vlivem kroucení deformuje na elipsu. Délky a poloha poloos elipsy ve vztahu k poloměru fiktivní kružnice umožňují definovat hlavní deformace i jejich směr. Tímto postupem lze vyjádřit hlavní deformaci  $e_1$  a úhel  $a_1$ , který svírá směr hlavní poloosy elipsy s osou krouceného vzorku:

$$(1) e_1 = 0.5 \times \ln \left[ \frac{(2+Z^2/2+Z \times (Z^2/4+1)^{1/2})}{(2+Z^2/2-Z \times (Z^2/4+1)^{1/2})} \right],$$

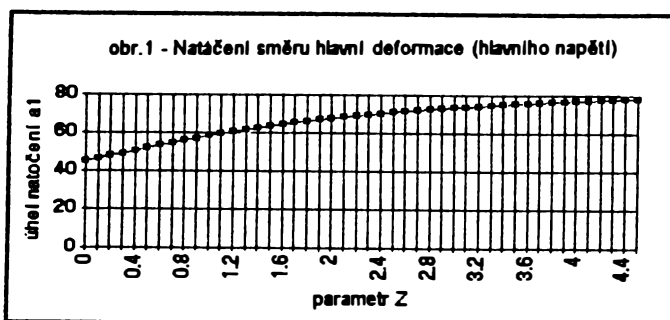
$$(2) a_1 = \arctg \left[ \frac{Z}{2+(Z^2/4+1)^{1/2}} \right],$$

když parametr  $Z = \theta \times R/L$  charakterizuje rozvoj (plastické) deformace.

$Z$  (1) je patrné, že  $e_1$  je nelineární funkce parametru  $Z$  (respektive úhlu zkroucení  $\theta$ ). Intenzitu deformace  $S_e$  pak lze z hodnoty  $e_1$  spočítat podle vztahu

$$(3) S_e = 3^{-1/2} \times e_1.$$

Rovnice (2) informuje o změně směru  $e_1$  při rozvoji plastické deformace (obr.1). Na začátku kroucení svírá směr  $e_1$  s osou vzorku úhel  $45^\circ$  (jak je všeobecně známo z klasické teorie pružnosti - pevnosti), zatímco s rozvojem plastické deformace se tento úhel zvětšuje a limitní hodnota  $90^\circ$  by byla dosažena při nekonečně velké deformaci, při  $\theta = \infty$ . Rovnice (1,2) platí jak pro malé, tak i pro velké plastické deformace a nahrazují Cauchyho vztahy.



Změny ve výpočtu deformačního stavu musí být prováděny změnami při určení napěťového stavu.

Složky napětí jsou vázány se složkami deformace fyzikálními rovnicemi (konstitučními vztahy), ty však v případě torzního testu nejsou apriori známy. Mají být právě výsledkem měření (a následujících propočtů), neboť krutová zkouška slouží jednak k nalezení mezní intenzity deformace daného materiálu, jednak k nalezení (stanovení) "pracovního diagramu" tohoto materiálu - to vše za daných termomechanických podmínek zatěžování (teplota, deformační rychlost, historie zatěžování ...). Vstupními údaji pro vyhodnocení testu jsou posloupnosti změřených krutí- cích momentů a odpovídajících úhlů zkrutu.

K určení napěťového stavu jsou využity odvozené závislosti (1,2), obecná zkušenost o shodných směrech hlavních deformací a hlavních napětí a geometrická podobnost deviatorů deformačního a napěťového stavu znázorněných v Mohrově zobrazení. V každém okamžiku deformování lze totiž nalézt jisté číslo K (závislé na materiálu a termomechanických podmínkách zatěžování), pro něž platí:

$$(4) K = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\epsilon_1 - \epsilon_3) = (\sigma_2 - \sigma_3) / (\epsilon_2 - \epsilon_3) = (\sigma_3 - \sigma_3) / (\epsilon_3 - \epsilon_3),$$

kde  $\sigma_1, \sigma_2$  jsou hlavní napětí (pro prostý krut  $\sigma_3 = 0$ );  $\epsilon_1, \epsilon_2$  jsou hlavní deformace;  $\sigma_3$  je střední napětí a  $\epsilon_3$  je střední deformace.

Pro kvantifikaci napěťového stavu je však potřebné znát smykové napětí  $\tau_{\alpha}$  v rovině  $\alpha$  kolmé k ose vzorku, neboť toto napětí ovlivňuje velikost (měřeného) krutíčního momentu:

$$(5) M_k = 2 \times \pi \times \int_{R_1}^{R_2} (R^2 \times \tau_{\alpha} \times dR).$$

Napětí v obecném bodě roviny  $\alpha$  ( $\sigma_{\alpha}, \tau_{\alpha}$ ) lze určit z teorie napěťového stavu:

$$(6a) \sigma_z = \sigma_1 \times \cos^2(a_1) + \sigma_2 \times \cos^2(a_2) + \sigma_3 \times \cos^2(a_3),$$

$$(6b) \tau_z = (\sigma_1^2 \times \cos^2(a_1) + \sigma_2^2 \times \cos^2(a_2) + \sigma_3^2 \times \cos^2(a_3) - [\sigma_1 \times \cos^2(a_1) + \sigma_2 \times \cos^2(a_2) + \sigma_3 \times \cos^2(a_3)]^2)^{1/2}$$

když pro úhly "směrových cosinů" platí:

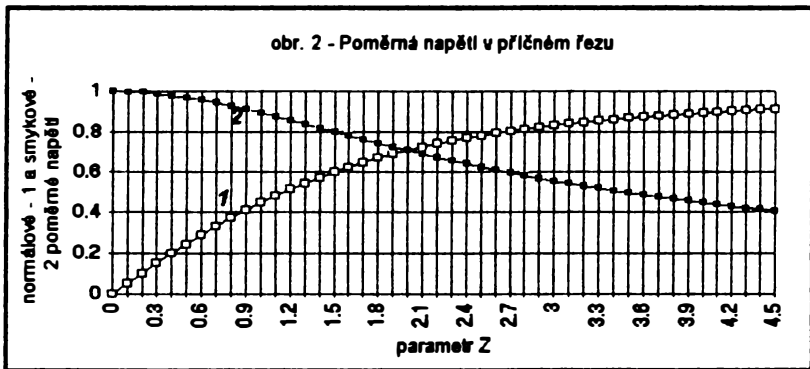
$$(7) a_1 - \text{viz (2)}, a_2 = (a_1 + 90), a_3 = 0.$$

Za těchto okolností je možno z rovnic (1,2,4,6a,6b) odvodit:

$$(8) \sigma_z = \sigma_1 \times [1 - 2 \times (1 + Z^2 / 2 + Z \times (Z^2 / 4 + 1)^{1/2}) / (2 + Z^2 / 2 + Z \times (Z^2 / 4 + 1)^{1/2})],$$

$$(9) \tau_z = 2 \times \sigma_1 \times [(Z / 2 + (Z^2 / 4 + 1)^{1/2}) / (2 + Z^2 / 2 + Z \times (Z^2 / 4 + 1)^{1/2})].$$

Průběh poměrného normálového napětí  $\sigma_z/\sigma_1$  a poměrného smykového napětí  $\tau_z/\sigma_1$  v obecném bodě příčné roviny a krouceného válcového vzorku je znázorněn na obr.2.

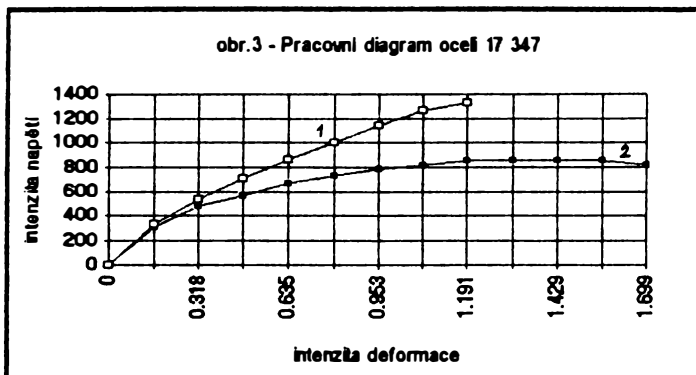


Zatímco poměrné normálové napětí monotónně vzrůstá (křivka 1), poměrná hodnota smykového napětí (křivka 2) s rozvojem plastické deformace (s parametrem Z) monotónně klesá. Uvedené průběhy napětí spolu s nelineárním nárůstem deformace  $e_1$  (1) poskytují podklady pro vysvětlení, proč doposud všechny "klasické" interpretace krutové zkoušky - založené na Cauchyho rovnicích - dávají oproti výsledkům tahové či pěchovací zkoušky zkrácený obraz "pracovního diagramu".

Rovnice (9) spolu s (5) slouží k výpočtu pracovního diagramu.

Obr.3 uvádí konkrétní příklad vyhodnocení pracovního diagramu oceli 17 347 dle ČSN, přepočtený z kroucení dutého vzorku (aktivní rozměry: vnější průměr 8.8 mm, vnitřní průměr 6 mm, délka 3.2 mm; 50 otáček rotační čelisti plastometru za minutu). Křivka 1 se váže k popisované metodě, křivka 2 ke klasické metodice vyhodnocení.

Dutý vzorek byl zvolen s ohledem na tvar rovnic (5,9) a matematické nesnáze jejich použití, mají-li být důsledně respektovány fyzikální představy o závislosti  $S_0-S_e$ .



## ZÁVĚRY

1. Z naměřených hodnot torzního testu (úhly zkrutu, kroutící momenty) lze podle nové (předkládané) metodiky určit pracovní diagram oceli - obr.3, křivka 1. Pro srovnání byl do téhož obrázku vykreslen pracovní diagram spočtený podle klasické metodiky, křivka 2.

2. Klasická metoda podhodnocuje napětí a nadhodnocuje deformaci. Je to způsobeno tím, že deformační parametry jsou vyhodnoceny podle geometrických rovnic matematické teorie pružnosti; ty však pro větší plastické deformace neplatí. Metoda nerespektuje natáčení směrů hlavních deformací a napětí během rozvoje plastické deformace.

3. Nová metoda poskytuje pro vyčíslení hlavní deformace vztah (1) a respektuje natáčení směru hlavní deformace (hlavního napětí) - rovnice (2). Smykové napětí v rovině příčného řezu se v závislosti na rozvoji plastické deformace (parametru  $Z$ ) a velikosti hlavního napětí  $\sigma_1$  mění podle vztahu (9). Bilanční rovnice kroutícího momentu (5) spolu s výrazy (1,3,9) umožňuje ze změřených hodnot ( $\sigma; M_k$ ) dopočítávat souřadnice pracovního diagramu testovaného materiálu.

4. Předložená metoda platí jak v oblasti malých, tak i v oblasti velkých plastických deformací. V oblasti malých pružně-plastických deformací poskytují obě metody prakticky shodné výsledky.

## LITERATURA:

[1] Fuxa, J.: Příspěvek ke kvantitativnímu určení mezních stavů proporcionálně zatěžovaných materiálů, kandidátská disertační práce, Dobrá, únor 1986

[2] Fuxa, J.: Stanovení (mezní) intenzity deformace torzního testu, 31. konference "Experimentální analýza napětí '93, s.99

Doc. Ing. Jan Fuxa, CSc.  
VŠB - Technická univerzita Ostrava, Třída 17. listopadu  
telefon / fax : (069) 699 4412 / (060) 691 6490