EAN '95

33rd Conference of Experimental Stress Analysis
33. konference o experimentální analýze napětí
5. - 8.6.1995, Třešť, Czech Republic

EXPERIENCE WITH MODAL ANALYSIS OF ENGINEERING STRUCTURES
ZKUŠENOSTI S MODÁLNÍ ANALÝZOU STAVEBNÍCH KONSTRUKCÍ

Baťa, M. – Bílý,V. – Polák, M.

In the CR the term modal analysis is connected with both a theoretical solution of response and an experimental investigation in dynamics of engineering structures. The modal analysis is a determination of frequencies of natural vibration and measurement of the modes of natural vibraton. The modal analysis could be used for a verification of a design model of the structure and its identification, for determining of a real behaviour of the structure with a possible localisation of failures, for long term investigation e.g. the bridge structures in the Bridge Management System or deterioration models.

1.Úvod

Pojem modální analýza je v ČR v dynamice stavebních konstrukcí spojen jak s teoretickým řešením odezvy tak s experimentálním vyšetřováním stavebních konstrukcí. Ve výpočtech odezvy na různé druhy buzení (budící síly proměnné v čase, ale i místě) se modální analýzou nazývá řešení rozkladem podle tvarů vlastního kmitání. Základními vstupními údaji jsou zde frekvence $f_{(j)}$ a tvary vlastního kmitání $\{ r_{(j)} \}$ vypočtené na rovinném nebo prostorovém modelu stavební konstrukce (obr. 1). Přemístění i zatížení potom rozvedeme v řady tvaru [1]

$$\{r(t)\} = \sum_{j=1}^{n} q_{(j)}(t)\left\{r^{o}_{(j)}\right\} \quad , \tag{1}$$

$$\{F(t)\} = \sum_{j=1}^{n} p_{(j)}(t)[m_D]\left\{r^{o}_{(j)}\right\} \quad , \tag{2}$$

kde zobecněné Lagrangeovy součinitele zatížení jsou dány vztahem

$$p_{(j)}(t) = \frac{\{F(t)\}^T \left\{r^{o}_{(j)}\right\}}{\left\{r^{o}_{(j)}\right\}^T [m_D] \left\{r^{o}_{(j)}\right\}} \tag{3}$$

a $q_{(j)}(t)$ jsou tzv. zobecněné Lagrangeovy souřadnice přemístění, které jsou při řešení neznámé.

V experimentálním vyšetřování stavebních konstrukcí se modální analýzou rozumí určení vlastních frekvencí a podrobné změření tvarů vlastního kmitání stavební konstrukce. Přitom je třeba poznamenat, že strojní inženýři provádějí při modální analýze měření ve většině případů v laboratořích a vývojových zkušebnách na částech strojů, automobilů, letadel apod. Stavební inženýři používají metody modální analýzy na stavebních konstrukcích jako jsou např. mosty, přehrady, chladící věže, stožáry in situ. Zde jsou daleko jiné podmínky pro experiment.

Především je to velikost a složitost stavební konstrukce, z toho plynoucí potřebný veliký počet měřících bodů sítě při snímání odezvy v měřítku výchylek popř. rychlosti nebo zrychlení ve třech kolmých směrech. Běžně se měří i v 200 až 300 bodech sítě pokrývající na mostní konstrukci 300 x 20 metrů.

Experimentální modální analýzu stavebních konstrukcí lze využít k řešení úloh:

- určení dynamických charakteristik konstrukce,
- verifikace výpočtového modelu konstrukce a jeho identifikace,
- určení skutečného chování stavební konstrukce s možností lokalizace poruch,
- dlouhodobého sledování stavební konstrukce, např. mostní konstrukce v systému hospodaření s mosty,
- sledování tzv. proměnných parametrů při vytváření degradačních modelů.

2. Volba snímačů

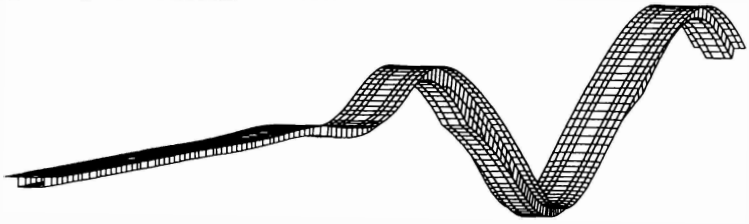
Základní frekvence a tvary vlastního kmitání stavebních konstrukcí jsou nízké. Velmi často je třeba měřit i tvary kmitání s frekvencí kolem 1 Hz. Tím je omezen výběr vhodných absolutních snímačů, které musí splnit podmínky nezkresleného zobrazení při měření v oblasti nízkých frekvencí a dát dostatečně silný signál vzdálený od šumu (obr. 2) pro zpracování FFT (analyzátorem nebo počítačem). Provedli jsme proto porovnání vlastností různých absolutních snímačů s převodníky dávajícími elektrický signál úměrný mechanickým veličinám výchylky, rychlosti a zrychlení. Byly to např. snímače výchylek B2/1 a B3 Hottinger Baldwin, snímač rychlosti S 500V Hottinger Baldwin, snímač výchylek a rychlosti 916 VD/VDS SKF–Wilcoxon, snímače zrychlení B12/200 Hottinger Baldwin, K–beam Kistler, 4370, 831.8 a 8306 Brüel a Kjaer. Snímače jsou uspořádány do růžice k měření ve třech kolmých směrech (obr. 3).

Dalšími významnými členy naší měřicí a vyhodnocovací linky jsou zesilovače, A/D převodník DYNALOG 2000 fy Peekel Instruments, řídící počítač IBM PC/AT–3 s příslušnými periferiemi, inteligentní FFT analyzátor ONO SOKKI CF–930 a vyhodnocovací počítač APRO 486/50. Linka se dá miniaturizovat použitím notebooku HUSKY 486/60 s docking station ve spojení se zařízením na zpracování dat typu DaqBook 216 IOtech.

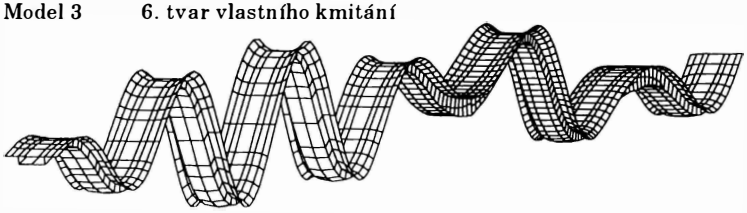
3.Způsob buzení

Druh buzení stavebních konstrukcí při modální analýze nejen ovlivňuje celý postup měření, ale i zpracování naměřených signálů nesoucích informaci o odezvě konstrukce. Korektnost získaných výsledků nutně závisí na použití metody FFT při zpracování signálu odezvy různého charakteru (harmonický, periodický, náhodný, transient, rázový). Nezanedbatelná je i úroveň rozkmitání stavební konstrukce a doba kmitání se stejnou frekvencí. Např. betonová mostní konstrukce na pozemní komunikaci se skládá z nosné konstrukce uložené na ložiskách různého druhu, nesoucí vyrovnávací betonové vrstvy, izolaci, vrstvy vozovky, chodníky, bezpečnostní bariéry se svodidly, zábradlí a odvodňovací žlaby. To jsou všechno prvky, které se zapojí do kmitání mostní konstrukce v závislosti na způsobu použitého buzení. K buzení stavebních konstrukcí se především používají budiče mechanické, elektrodynamické a hydraulické s usměrněnou budící silou a proměnnou frekvencí. U všech je omezené použití v oblasti nízkých frekvencí, kdy klesá velikost budící síly (závislost síly na pracovní frekvenci s ω^2) pod potřebnou hodnotu k vybuzení kmitání stavební konstrukce ale i jejich pracovní spolehlivost (zvláště u mechanického

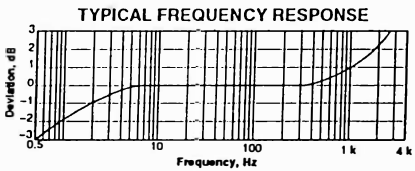
Most Vepřek
Model 3 1. tvar vlastního kmitání



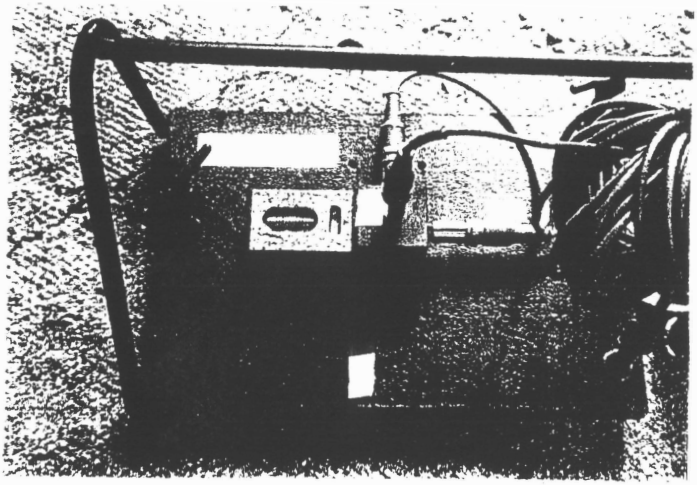
Most Vepřek
Model 3 6. tvar vlastního kmitání



Obr. 1



Obr. 2



Obr. 3

budiče). U hydraulického a elektrodynamického budiče vedle buzení čistě harmonickou silou

$$F_{(j)}(t) = F_{(j)} \sin 2\pi f_{(j)} t \qquad (4)$$

s jednou frekvencí odpovídající některé frekvenci vlastního kmitání lze využít buzení periodickou budící silou

$$F(t) = \sum_{j=1}^{p} F_{(j)}(t) = \sum_{j=1}^{p} F_{(j)} \sin 2\pi f_{(j)} t = \sum_{j=1}^{p} 4\pi^2 m_z f_{(j)}^2 a_{z(j)} \sin 2\pi f_{(j)} t \qquad (5)$$

se speciálními požadavky. V rov. (5) F(j) je amplituda složky budící síly odpovídající j–té vlastní frekvenci konstrukce, p je počet buzených frekvencí, m_z je hmotnost pohubující se hmoty budiče, $f_{(j)}$ je budící frekvence odpovídající j–té vlastní frekvenci konstrukce, $a_{z(j)}$ je amplituda harmonické složky kmitání pohybující se hmoty budiče frekvencí $f_{(j)}$ Další významný požadavek na vytvoření periodické funkce (5) je, že odezva zatěžované konstrukce v referenčním bodě měřící sítě je složena z harmonických složek se stejnou amplitudou (obr.4).

Elektrodynamický budič TIRAVIB 5140 je řízen signálovým generátorem SG–450 ONO SOKKI se zpětnou vazbou na referenční snímač. Zpracovaný program umožnuje vytvořit funkci napěťového výstupu generátoru ve tvaru

$$U(t) = \sum_{j=1}^{p} U_{(j)}(t) = \sum_{j=1}^{p} U_{(j)} \sin 2\pi f_{(j)} t \qquad (6)$$

analogickou rovnici (5).

Hmota budiče umístěného na konstrukci vyvolává poruchu měřeného tvaru kmitání. Proto všude, kde to jde, volíme způsobů nepřímého buzení konstrukce pomocí tyce a pružiny, kdy budič je umístěn mimo konstrukci. Potom platí pro periodické buzení

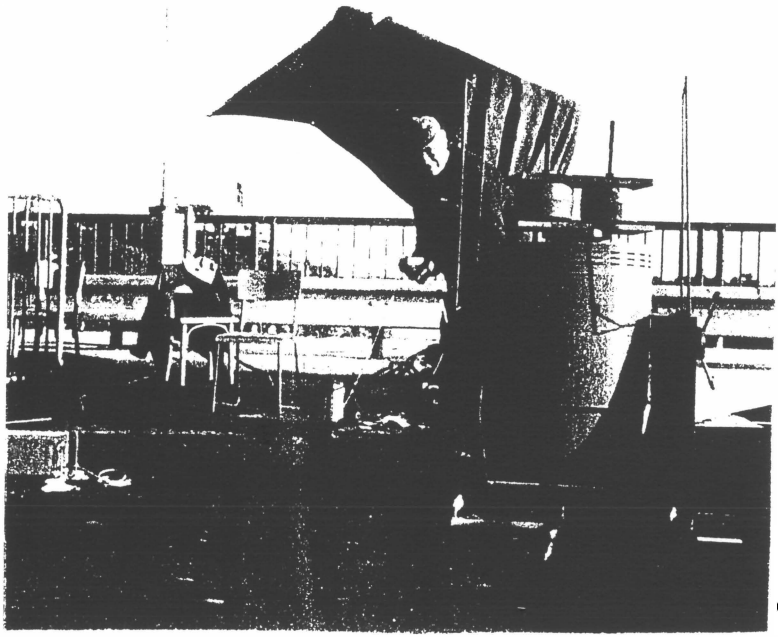
$$F(t) = = \sum_{j=1}^{p} k_p a_{z(j)} \sin 2\pi f_{(j)} t \quad , \qquad (7)$$

kde k_p je tuhost předepnuté pružiny (obr.5).

Vedle harmonického a periodického signálu lze k buzení použít signál rázového charakteru vyvolaný hořením impulzních raketových motorů, kladivem, resp. padající hmotou z přesně definované výše při vytvoření podmínek pro vznik dokonale plastického rázu. Je třeba, aby se časový průběh síly vzniklé při rázu z hlediska použité vzorkovací frekvence co nejvíce blížil Diracově funkci. Dochází tak k rovnoměrnému buzení spojitého spektra frekvencí s příznivým vlivem na korektnost zpracování signálu odezvy FFT. Je–li trvání silového impulzu delší, není úroveň buzení na jednotlivých frekvencích stejná. Na některých pracovištích se modální analýza provádí při buzení seizmickým neklidem, u mostních konstrukcí přejezdem náhodného proudu vozidel, někdy i poryvy větru (Ambient Vibration Test). Pracoviště EMPA Dübendorf, Švýcarsko budí konstrukce elektrohydraulickým budičem silou pseudonáhodného charakteru. Segment nahodilého signálu se přitom periodicky opakuje.

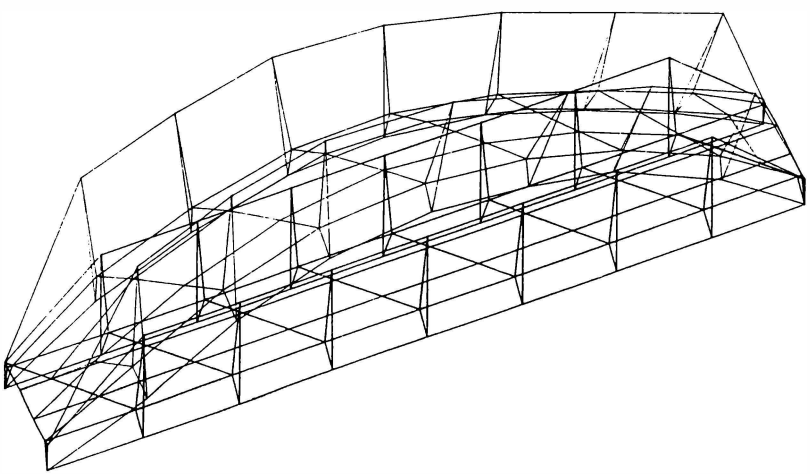
4. Hodnocení výsledků

Nesprávné vyhodnocení naměřených veličin může naprosto znehodnotit provedený experiment. Toto platí ještě ve větší míře u modální analýzy. I když měření a vyhodnocení probíhá při použití moderních linek v režimu on–line, je zde nezastupitelná úloha pracovníků provádějících modální analýzu na konstrukci



Obr. 4

STRAZ-ZELEZNICNI MOST PRES OHRI, MODALNI ANALYZA 28.11.94, f(2)=7.090 Hz
REALNA SLOZKA ZMERENEHO VLASTNIHO TVARU (POSUNY U, V, W)
BUDICI FREKVENCE = 7.090 Hz



Obr. 6

in situ. Při měření odezvy (v měřítku výchylek, rychlosti, zrychlení) je sledována i úroveň signálu, odezvy konstrukce při kmitání ve vybuzených tvarech kmitání. Hodnoty pořadnic tvaru kmitání jsou průměrovány nejméně z pěti měření. Je počítán variační koeficient a směrodatná odchylka každé pořadnice tvaru kmitání. Na základě jejich přípustného horního odhadu jsou hodnocena vybočující měření.

Při hodnocení naměřených frekvencí a tvarů kmitání je současně vhodné provést jejich teoretický výpočet na co nejvýstižnějším prostorovém modelu. V tabulce 1 jsou porovnány vlastní frekvence železničního ocelového příhradového mostu ve Stráži nad Ohří v km 160,319 trati Chomutov–Cheb. Při modální analýze [6] bylo určeno pět významných frekvencí vlastního kmitání mostu a při buzení elektrodynamickým budičem bylo změřeno pět tvarů kmitání příslušných těmto frekvencím (obr.6). K těmto bylo možno přiřadit pouze čtyři frekvence vlastního kmitání určené výpočtem. K porovnání shody frekvencí užíváme navržené frekvenční kriterium

$$\Delta_j = \frac{f_{(j),teor} - f_{(j),obsr}}{f_{(j),obsr}} \mathbf{100\%} \qquad (8)$$

kde $f_{(j),obs}$ je změřená frekvence vlastního kmitání a $f_{(j),teor}$ je vypočtená. Dá se předpokládat dobrá shoda hodnot frekvencí, leží-li $\Delta_{(j)}$ v intervalu <+2.5;–15>. Pro teoretický výpočet byl sestaven prostorový model mostní konstrukce z obecných prutových prvků. Bylo vypočteno patnáct základních frekvencí a tvarů vlastního kmitání. Frekvence ležící v intervalu od 4,87 Hz do 13,80 Hz už nepokrývají frekvenci f_5 = 18,435 Hz vybuzeného druhého ohybového tvaru kmitání.

Shodu tvarů vlastního kmitání doporučujeme hodnotit korelačním součinitelem modální analýzy

$$\rho_{MA} = \frac{\left|\left\{r_{(j)}\right\}_{teor}^{T}\left\{r_{(j)}\right\}_{tobsr}\right|^2}{\left(\left\{r_{(j)}\right\}_{teor}^{T}\left\{r_{(j)}\right\}_{tteor}\right)\left(\left\{r_{(j)}\right\}_{obsr}^{T}\left\{r_{(j)}\right\}_{tobsr}\right)} , \qquad (9)$$

kde $\{r_{(j)}\}_{obs}$ je tvar kmitání měřený a $\{r_{(j)}\}_{teor}$ je tvar kmitání vypočtený. Stupeň závislosti lze vyjádřit podle intervalu v kterém se hodnota korelačního součinitele nachází podle tab. 2.

Příklad použití kriteria (8) k porovnání tvarů vlastního kmitání silničního předpjatého betonového mostu přes Labe v Mělníku (obr. 7) je uveden v tab. 3 [4]. Velmi vysokého stupně závislosti mezi vypočtenými a změřenými tvary se dosáhlo identifikací výpočtového modelu mostu. Přitom je nutné upozornit na to, že shoda ve frekvencích a tvarech kmitání je nutnou podmínkou, ale ne postačující. Další nutnou podmínkou pro výstižnost výpočtového modelu je shoda teoretických a experimentálních hodnot průhybů.

Tabulka 2

Interval	Stupeň závislosti
<0.0;0.3>	nízký
<0.3;0.5>	mírný
<0.5;0.7>	významný
<0.7;0.9>	vysoký
<0.9;1.0>	velmi vysoký

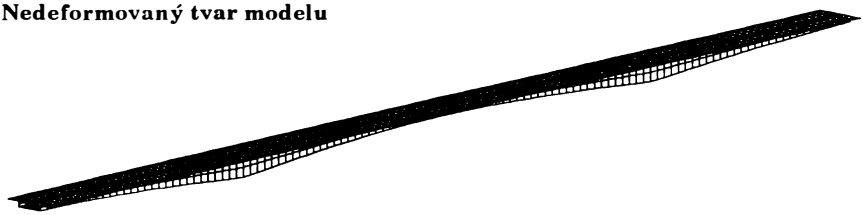
Tabulka 1

Frekvence vlastního kmitání				Kriterium	Dominantní
změřená		vypočtená		shody	složka
Poř.č.	obs [Hz]	Poř.č.	teor [Hz]	%	kmitání
1	4.18	3.00	4.87	1.25	vodorovné, příčné
2	7.09	9.00	8.11	14.39	ohybové
3	9.40	11.00	9.71	3.30	kroutivé
4	12.16	13.00	12.89	6.00	kroutivé s vodorovným příčným kmitáním horního pasu hl. nosníku
5	18.44	–	–	–	ohybové s vodorovným příčným kmitáním horního pasu hl. nosníku

Tabulka 3

Vlastní frekvence			Frekvenční	Tvary kmitání – korelační součinitel			
Poř.	experiment	výpočet	kriterium	obs.	teor.		
číslo	[Hz]	[Hz]	[%]	číslo	1	2	3
1	1.125	1.130	0.44	1	0.9823	0.0076	0.0044
2	1.795	1.739	-3.12	2	0.0178	0.9701	0.0013
3	2.650	2.551	-3.74	3	0.0239	0.0036	0.9686

Nedeformovaný tvar modelu



Vypočtené tvary

$f_{(1)}$=1,130 Hz



$f_{(2)}$=1,739 Hz

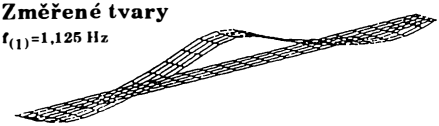


$f_{(3)}$=2,551 Hz

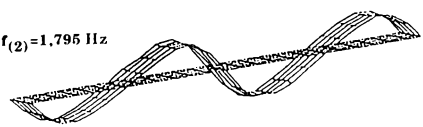


Změřené tvary

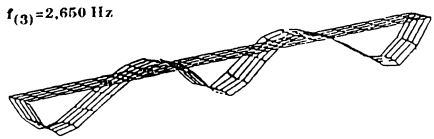
$f_{(1)}$=1,125 Hz



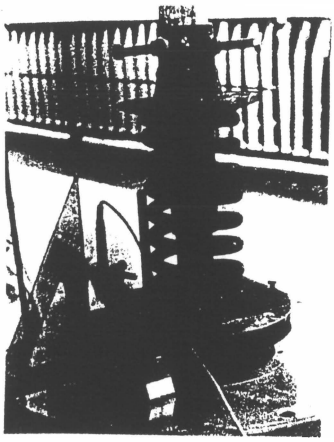
$f_{(2)}$=1,795 Hz

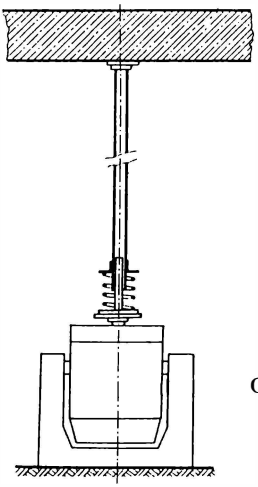


$f_{(3)}$=2,650 Hz



Obr. 7





Obr. 5

5. Závěr

Bylo dosaženo velkého rozvoje ve snímačích a přístrojích včetně řídících počítačů, ale i ve způsobech buzení konstrukcí. To umožňuje měřit na mostních konstrukcích in situ prostorové tvary kmitání, které je možno porovnat s vypočtenými na prostorových modelech. Dobré výsledky se dosahují ve verifikaci a v indentifikaci výpočtových modelů. K uspokojivému sledování poškození konstrukce in situ bude třeba dále prohloubit metody modální analýzy, zvláště pak způsoby zpracování naměřených veličin.

Tato práce vznikla jako část výzkumného projektu "Omezení vlivu technické seizmicity na stavební konstrukce a na životní prostředí" a byla podpořena GA ČR jako grant č. 103/94/0420.

Literatura:

1. Baťa,M.–Bílý,V.–Polák,M.: Modal analysis and analysis of dynamic system bridge structure–moving vehicles. In proc. of 12th International modal analysis conference. Bethel, SEM/IMAC 1994.
2. Baťa,M.–Bílý,V.–Polák,M.: Dynamic behaviour of footbridge by analysis and tests. In proc. of 12th International modal analysis conference. Bethel, SEM/IMAC 1994.
3. Baťa, M.–Plachý, V.–Sýkora, J.–Bílý, V.–Polák, M.: Static and dynamic tests of bridges. In proc. of the Czech–US Bridge conference, ES ČVUT, Praha 1994.
4. Baťa, M.–Sýkora, J.–Bílý, V.–Polák, M.:The dynamic loading test of the bridge over Labe river at Mělník. In proc. of the third international conference on Traffic Effects on Structures and Environment TESE '94, VŠDS, Žilina 1994.
5. Baťa,M.–Bílý,V.–Polák,M.: Modal analysis of Engineering Structures. In proc. Bilateral Czech/German Symposium. ÚTAM AV ČR, Praha 1995.
6. Baťa, M. –Bílý, V.–Polák, M – Rotter,T. – Sýkora, J.:Modální analýza železničního ocelového mostu ve Stráži nad Ohří. FSv ČVUT, Praha 1995.

Miloslav Baťa, Prof., Ing., DrSc. – Vladimír Bílý, Ing., CSc. – Michal Polák, Ing.
Fakulta stavební ČVUT Praha, Thákurova 7, 166 29 Praha 6
tel. 02/2435/4476, 02/2435/4482, fax. 02/24310775.