

THE DESIGN OF RING LOAD CELL NÁVRH PRSTENCOVÉHO DYNAMOMETRU

Vlk M., Kotek V.

In the contribution the formulas for design of the ring with respect to the influence of clamping heads are summarized. The problem is solved using the theory of curved beams of large curvature and finite element method.

1. Úvod

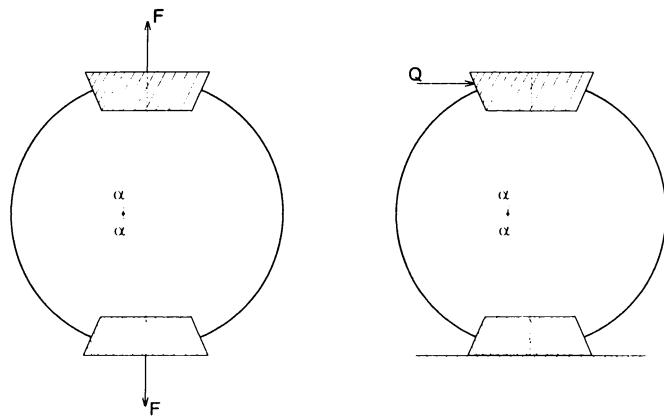
Siloměrný člen ve tvaru prstence se ukazuje jako vhodný člen v celé řadě aplikací. Využívá se nejen jako samostatný prvek, ale též jako součást složitějších přípravku (měřicích plošin) schopných snímat jednotlivé složky sil obecného směru. Je výrobne nenáročný a v řadě případů je schopen nahradit dražší výrobky. Je ovšem nutno u něho počítat s větší nelinearitou než je tomu u jiných typů siloměrných prvků.

V příspěvku jsou shrnutы potřebné teoretické vztahy a upraveny do tvaru vhodného pro snadné navrhování těchto snímačů. Vychází se přitom z teorie silně a slabě zakřivených prutů s uvažováním využití prstence v důsledku jeho upínacích hlav. Tyto vztahy jsou obecnějšího tvaru než se vyskytují v běžných učebnicích pružnosti a pevnosti.

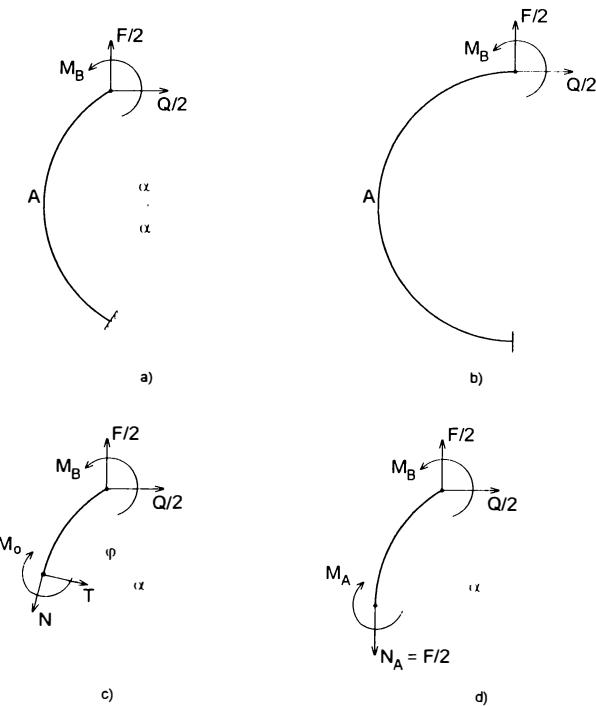
2. Vnitřní síly v zakřiveném prutu

Výpočtový model siloměrného prvku při zatížení svislou a vodorovnou silou je znázorněn na obr.1. Vazba prstence s upínacími hlavami je považována za tuhé větknutí. S ohledem na symetrii je možno řešit polovinu prstence podle obr.2a. V obecném řezu pak působí normálná síla N , posouvající síla T (její úřinek však zanedbáme) a ohýbový moment M_o (pro druhou polovinu prstence má Q opačné znaménko):

$$\begin{aligned} N &= \frac{1}{2} [F \cdot \cos(\alpha - \varphi) + Q \cdot \sin(\alpha - \varphi)] \\ M_o &= M_B + \frac{F \cdot R}{2} [\cos(\alpha - \varphi) - \cos \alpha] - \frac{Q \cdot R}{2} [\sin \alpha - \sin(\alpha - \varphi)] \end{aligned} \quad (1)$$



Obr. 1



Obr. 2

3. Normálné napětí v zakřiveném prutu

3.1 Silně zakřivený prut

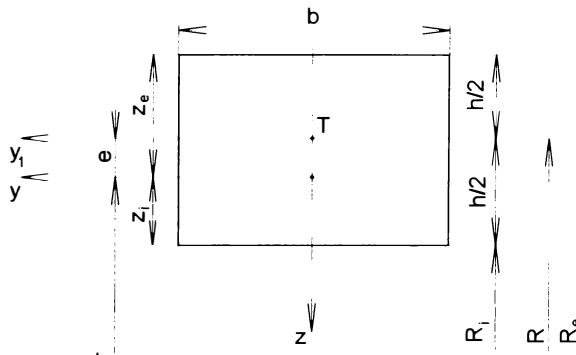
Působí-li v přesním průřezu prutu normálná síla a ohybový moment, pak za předpokladu zachování rovnosti příčených průřezů prutu při jeho deformaci je velikost normálného napětí v obecné vzdálenosti z [1]

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{S} \cdot \frac{r}{(r-z)} + \frac{M_o}{S \cdot c} \cdot \frac{z}{(r-z)}. \quad (2)$$

Není tedy napětí od normálné síly konstantní po tloušťce prstence a jeho absolutní velikost na vnitřním a vnějším povrchu se od sebe liší v závislosti na poměru R/h . Tak např. u taženého prstence pro $R/h = 3$ je napětí na vnitřním povrchu u 20 % vyšší než střední napětí, napětí na vnějším povrchu je o 15 % nižší než střední napětí. S rostoucím poměrem R/h se tato nerovnoměrnost zmenšuje. Co do absolutní velikosti jsou tato napětí podstatně menší než napětí od ohybového momentu. Budou-li příslušné odpovídající tenzometry zapojeny do polovičního nebo plněho mostu, stane se potom tento nepříznivý vliv málo významným.

Ve vztahu (2) uvedený symbol r udává poloměr neutrální osy, určený však za předpokladu působení pouze ohybového momentu $M_o = M_y$. Jeho velikost pro obecný a obdélníkový průřez (viz obr.3) je ([1]-[3])

$$r = \frac{S}{\int \frac{ds}{r-z}} = \frac{h}{\ln \frac{2\frac{h}{R}+1}{2\frac{h}{R}-1}}. \quad (3)$$



Obr. 3

Extrémní ohybová napětí na vnitřním a vnějším povrchu potom jsou

$$\sigma_{Mi} = \frac{M_o}{S \cdot R_i} \cdot \left(\frac{h}{2\epsilon} - 1 \right) \quad \sigma_{Me} = - \frac{M_o}{S \cdot R_e} \cdot \left(\frac{h}{2\epsilon} + 1 \right) \quad (4)$$

Výraz s logaritmou lze s výhodou rozvést v řadu; s využitím tohoto rozvoje platí velmi přesně relace

$$\frac{c}{h} = \frac{1}{12 \cdot \frac{R}{h}} \quad (5)$$

S její pomocí lze výraz pro ohýbová napětí upravit na tvar:

$$\begin{aligned}\sigma_{M_I} &= \frac{M_o}{b \cdot R^2} \cdot c_i, \quad \text{kde } c_i = \frac{\frac{R}{h} (6 \frac{R}{h} - 1)}{\left(1 - \frac{1}{2 \frac{R}{h}}\right)} \\ \sigma_{M_C} &= -\frac{M_o}{b \cdot R^2} \cdot c_i, \quad \text{kde } c_i = \frac{\frac{R}{h} (6 \frac{R}{h} + 1)}{\left(1 + \frac{1}{2 \frac{R}{h}}\right)}\end{aligned} \quad (6)$$

Vybrané hodnoty konstant jsou uvedeny v tab.1.

Představu o nerovnoměrnosti extrémních ohýbových napětí poskytují výrazy:

$$\begin{aligned}\sigma_{M_I} &= \frac{M_o}{W_o} \cdot k_i, \quad \text{kde } k_i = \frac{c_i}{6 \left(\frac{R}{h}\right)^2} \\ \sigma_{M_C} &= -\frac{M_o}{W_o} \cdot k_i, \quad \text{kde } k_i = \frac{c_i}{6 \left(\frac{R}{h}\right)^2}\end{aligned} \quad (7)$$

hodnoty parametrů jsou uvedeny v tab.1.

R/h	c_i	c_i	k_i	k_i
3	61,200	48,857	1,133	0,905
4	105,143	88,889	1,095	0,926
5	161,111	140,909	1,074	0,939
7	309,077	280,933	1,051	0,956
10	621,053	580,952	1,035	0,968

Tab.1

Vzhledem k tomu, že v můstkovém zapojení dochází k součtu absolutních hodnot délkových přetvoření na vnitřním a vnějším povrchu prstence, je vliv R/h na tento údaj zanedbatelný.

3.2 Slabě zakřivený prut

Zde platí - jak již naznačoval vztah (7)

$$\sigma_N = \frac{N}{S} \quad \sigma_M = \pm \frac{M_o}{W_o} \quad (8)$$

4. Siloměrný prstenec jako silně zakřivený prut

S využitím Castiglianovy věty, kdy do energie napjatosti uvažujeme příspěvek ohýbového momentu a normální síly, lze z podmínky (9) pro tuhé větknutí

$$\int_0^{2\alpha} \left(\frac{M_o}{c} - N \right) \frac{\partial M_o}{\partial M_B} d\varphi = 0 \quad (9)$$

určit ohybový moment M_B v řezu $B - B$

$$M_B = \frac{F.R}{2} \cdot \left[\cos \alpha - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left(1 - \frac{\epsilon}{R} \right) \right] + \frac{Q.R}{2} \cdot \sin \alpha \quad (10)$$

a s využitím (1) i ohybové momenty v obecném řezu a v řezu $A - A$

$$M_o = \frac{F.R}{2} \cdot \left[\cos(\alpha - \varphi) - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left(1 - \frac{\epsilon}{R} \right) \right] + \frac{Q.R}{2} \cdot \sin(\alpha - \varphi) \quad (11)$$

$$M_A = \frac{F.R}{2} \cdot \left[1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \left(1 - \frac{\epsilon}{R} \right) \right] \quad (12)$$

Ohybový moment v řezu $A - A$ tedy nemí ovlivněn vodorovným zatížením Q . Hodnota ϵ/R je mnohem menší než 1 a proto se také někdy zanedbává.

S využitím dríve uvedených vztahů lze potom vyjádřit ohybová napětí v řezu $A - A$ ve tvaru

$$\sigma_{MAi} = \frac{F}{b.R} \cdot \kappa_i \quad \sigma_{MAe} = \frac{F}{b.R} \cdot \kappa_e \quad (13)$$

Nekteré hodnoty konstant κ_i , κ_e jsou uvedeny v tab.2. Z nich je zřejmý vliv využitzení upínacími hlavami (vyjádřený úhlem α) a vliv poměru R/h na velikost extrémních ohybových napětí.

R/h	κ_i			κ_e		
	$\alpha = 90^\circ$	$\alpha = 75^\circ$	$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$\alpha = 75^\circ$	$\alpha = 60^\circ$
3	11.300	8.229	5.528	9.021	6.569	4.413
4	19.278	13.981	9.322	16.298	11.820	7.881
5	29.443	21.310	14.158	25.751	18.638	12.383
7	56.323	40.696	26.955	51.194	36.990	24.500
10	113.007	81.575	53.938	105.710	76.308	50.456

Tab.2

Uzitečná je i znalost řezu $C - C$, v němž se na velikost ohybového momentu neprojeví účinek svíslého zatížení F . Příslušný úhel φ_c plyne z podmínky

$$\cos(\alpha - \varphi_c) = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{\epsilon}{R} \right) \quad (14)$$

V tomto řezu je potom možno umístit tenzometry pro určení vodorovného zatížení Q .

5. Siloměrný prstenec jako slabě zakřivený prut

Z Castiglianovy věty pro podmínuku nulového natočení v řezu $B - B$ plyne

$$\int_0^{2\alpha} \left(\frac{M_o}{J_y} - \frac{N}{S.R} \right) \frac{\partial M_o}{\partial M_B} d\varphi = 0 \quad (15)$$

a z toho velikost ohybového momentu v řezu $B - B$

$$M_B = \frac{F.R}{2} \cdot \left[\cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{J}{S.R^2} \right) \right] + \frac{Q.R}{2} \cdot \sin \alpha \quad (16)$$

a ohybových momentů v obecném řezu a v řezu $A - A$

$$M_o = \frac{F.R}{2} \cdot \left[\cos(\alpha - \varphi) + \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{J}{S.R^2} \right) \right] + \frac{Q.R}{2} \cdot \sin(\alpha - \varphi) \quad (17)$$

$$M_A = \frac{F.R}{2} \cdot \left[1 - \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{J}{S.R^2} \right) \right] \quad (18)$$

Vzhledem k tomu, že hodnota $J/(S.R^2)$ bývá mnohem menší než 1, často se zanedbává.

Pro měření vodorovného zatížení je vhodný řez $C - C$ pod úhlem φ .

$$\cos(\alpha - \varphi) = \frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \left(1 - \frac{J}{S.R^2} \right) \quad (19)$$

Pro nevyztužený prstence ($\alpha = 90^\circ$) je tento úhel $39,5^\circ$; příslušný ohybový moment je

$$M_o = 0,3856 \cdot Q \cdot R \quad (20)$$

6. Určení napjatosti prstence metodou konečných prvků.

S ohledem na potřebu ověřit aplikovatelnost výše uvedeného analytického přístupu k návrhu dynamometru, byly provedeny deformační, resp. napěťové analýzy vybraných tvarových variant prstencu pomocí MKP programovým systémem PRO/MECHANICA.

Jednotlivé výpočtové analýzy byly prováděny u roviných modelů.

Získané výsledky, včetně jejich porovnání s výsledky analytických výpočtů budou prezentovány na konferenci.

Literatura

- [1] Němcová, J., Dvořák, J., Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojírenství. Technický průvodce 69. SNTL Praha 1989.
- [2] Höschl, C.: Pružnost a pevnost ve strojníctví. SNTL/ALFA, Praha 1971.
- [3] Hájek, E., Reif, P., Valenta, F.: Pruznost a pevnost I. SNTL/ALFA, Praha 1988.

Miloš Vlk, Doc. Ing., ČSc.

Ústav mechaniky teles FS VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno

tel. 05-41142886; fax 05-745 718; E-mail: vlk@umtn.fme.vutbr.cz

Vladimír Kotek, Ing.

Ústav mechaniky teles FS VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno

tel. 05-41142886; fax 05-41142867; E-mail: kotek@umtn.fme.vutbr.cz