



**Experimentální Analýza Napětí 2001**

Experimental Stress Analysis 2001

**39<sup>th</sup> International Conference**

June 4 - 6, 2001 Tábor, Czech Republic

## **STRESS STATE OF FLEXSPLINE OF HARMONIC DRIVE**

### **ANALÝZA NAPJATOSTI PRUŽNÉHO KOLA HARMONICKÉHO PŘEVODU**

Vojtěch Dynybyl, Luděk Jančík, Miroslav Španiel

*Department of Production Machines and Mechanisms of FME CTU in Prague have been investigated harmonic drives for many years. Evaluation of abrasive wear and damage of the drive due to the cyclic loading requires detailed description of force/stress acting on the drive single parts. This paper is aimed at the strength evaluation of flexible toothed, thin-walled, cylindrical cup of Harmonic Drive. Global model of this Flexspline has been developed by means of Finite Elements Method at the base of its analytic stress solution and the strain-gauge measuring of Flexspline has been realized at the same time. Flexspline and outer ring of flexible ball bearing are modelled as deformable shells, circular spline (rigid ring with internal teeth) and wave generator as absolutely rigid bodies. Flexspline teeth are modelled as plates interacting with circular spline teeth. The model is loaded by prescribed rotation of a wave generator. Computed stress has been evaluated using strain gauge measurement.*

**Key words :** harmonic drive units, flexspline, stress state, FEM model, strain-gauge measuring, comparison

## **1. Úvod**

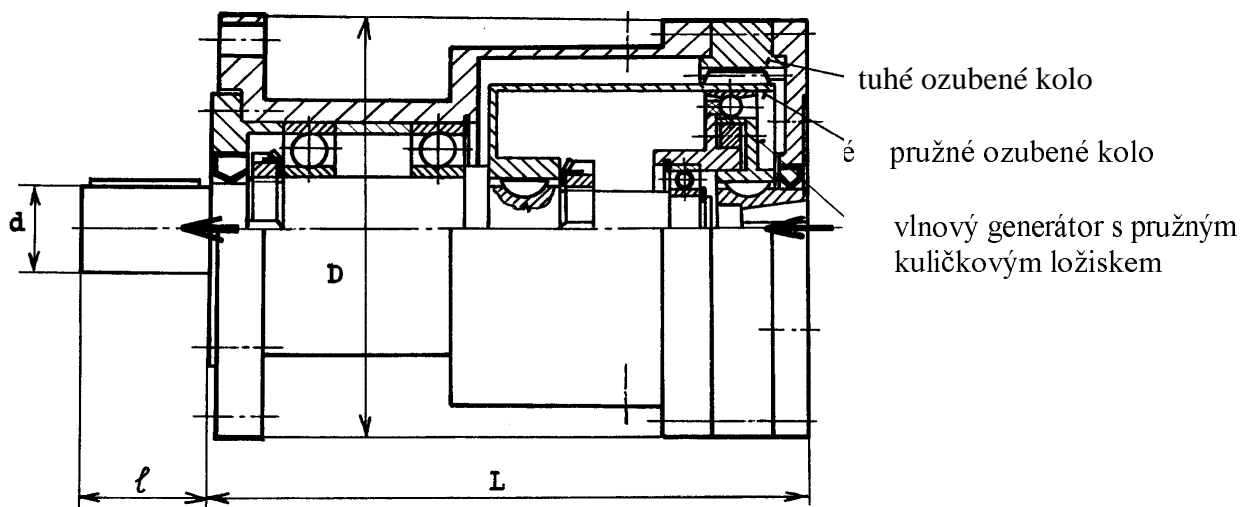
Únosnost a provozní životnost harmonických převodů limituje prvořadě životnost pružného ložiska vlnového generátoru a dynamická únosnost skořepiny pružného ozubeného kola převodu. Provozní zatížení těchto exponovaných součástí závisí zejména na přenášeném krouticím momentu a frekvenci otáčení, montážním seřizení vlnového generátoru a míře opotřebení funkčních součástí převodu. Změny provozního zatížení převodu a opotřebení jeho součástí, které roste během provozu, se postupně projeví zvětšováním vůlí v ozubení, v pružném ložisku a v jeho uložení do pružného kola. Z těchto důvodů dojde ke změnám

---

Ing. Vojtěch Dynybyl, Ph. D., [dynybyl@fsid.cvut.cz](mailto:dynybyl@fsid.cvut.cz), Doc. Ing. Luděk Jančík, CSc., [jancik@fsid.cvut.cz](mailto:jancik@fsid.cvut.cz), Ú 208.1, Ing. Miroslav Španiel, CSc., [spaniel@lin.fsid.cvut.cz](mailto:spaniel@lin.fsid.cvut.cz), Ú 205.1, Fakulta strojní ČVUT Praha, Technická 4, 166 07 Praha 6.

tvarové deformace skořepiny pružného kola a záběrových zón ozubených kol převodu. Důsledkem těchto změn je potom měnící se provozní zatížení funkčních součástí převodu (mění se jeho velikost, rozložení i lokalizace) a změna trajektorií zubů pružného kola vzhledem k ozubení tuhého věncového kola převodu. V krajním případě může při uvedených změnách nastat havárie převodu, nejčastěji únavovým lomem, případně kvazistatickým lomem skořepiny pružného ozubeného kola nebo kroužku pružného ložiska vlnového generátoru, jako následek přetížení nebo nadměrné hlavové interference zubů kol při vstupu do záběru, případně i vzpříčení a proskok zubů.

Dlouhodobý teoretický a experimentální výzkum, který byl dosud prováděn na řešitelském pracovišti, ověřil únosnost a životnost harmonických převodů s "hrnečkovým" pružným ozubeným kolem typového provedení "PH" podle obr. 1. Výsledky těchto výzkumů dovolily spolehlivě stanovit únosnost a predikovat provozní životnost pružného ložiska vlnového



Obr. 1. Konstrukční provedení harmonické převodovky

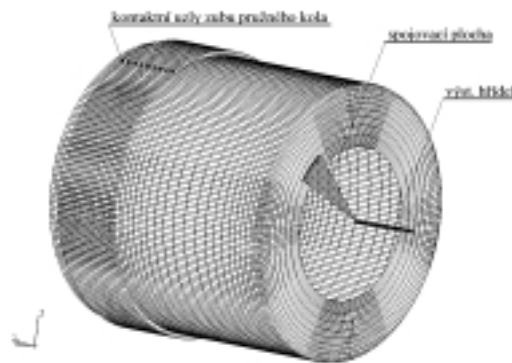
generátoru převodu. V případě pružného ozubeného kola převodu bylo možné spolehlivě garantovat jeho únosnost a životnost (několikanásobně převyšující provozní životnost pružného ložiska) jen na základě experimentálního výzkumu, a to vzhledem k použité metodě analytického řešení stavu napjatosti kola.

Zjednodušující podmínky, které umožnily analytické řešení napjatosti pružného ozubeného kola harmonického převodu, omezují reálnou použitelnost tohoto výpočtu jen na vytypované kritické místo skořepiny kola a poznamenávají i výpočet relativně nízkou spolehlivostí. K získání komplexní a kvantitativní napěťové analýzy prvků harmonických převodů, zvláště pružného kola, byla zvolena metoda konečných prvků (MKP), doplněná experimentálním tenzometrickým měřením napjatosti pružného kola. Tento způsob umožňuje více se přiblížit skutečnému stavu napjatosti kola a získat spolehlivější výsledky napěťové analýzy jak v oblasti vnějších silových zatížení, tak v oblasti okrajových podmínek a dostat celkový přehled o lokální napjatosti v celé skořepině pružného ozubeného kola.

## 2. Globální model převodovky

Globální model převodovky je složený z několika samostatných těles s definovanými vazbami mezi nimi. Účelem globálního modelu je simulovat funkci převodovky a popsat rozložení namáhání jednotlivých součástí převodu. Tělesa jsou modelována jako skořepiny,

nosníky a dokonale tuhé díly. Některé etapy tvorby modelu byly parametrizovány a algoritmizovány. Globální model harmonické převodovky je složen z dílů:



Obr. 2. MKP model pružného členu harmonické převodovky

Pružné kolo (viz obr. 2) je modelováno jako rotačně symetrická skořepina. Obvodové dělení MKP sítě je přizpůsobeno počtu zubů pružného kola ( $z_p = 200$ ). Zuby jsou nahrazeny nosníky, které zajišťují přenos sil. V oblasti dna je celé těleso prostřednictvím vetknutí do dokonale tuhé spojovací plochy pevně spojeno s referenčním uzlem, který představuje výstupní hřídel.

Tuhé kolo je tvořeno analyticky definovanými plochami, které modelují vnitřní ozubení. Ke každému zubu pružného kola je definován segment představující několik zubů kola tuhého. Segmenty se navzájem překrývají a jsou vázány k jedinému referenčnímu uzlu pevně připojenému k rámu. Počet zubů tuhého kola  $z_T = 202$ , segmentů je 200. Generování tuhého ozubení je parametrizováno a je pro ně vytvořen kód v jazyce C++.

Generátor vln je spolu s vnitřním kroužkem ložiska modelován jako dokonale tuhé těleso, jehož referenční uzel představuje vstupní hřídel. Tvar generátoru vln je určen pomocným výpočtem, ve kterém je vnitřní kroužek pružného ložiska deformován dvěma dokonale tuhými, souosými válcovými segmenty, jejichž vzdálenost je zdola omezena vloženým sférickým „GAP-elementem“, kterým lze nastavit excentricitu generátoru. Tvar vnitřního kroužku po deformaci definuje geometrii generátoru vln při simulaci funkce převodovky. Vnitřní kroužek pružného ložiska je představován povrchem generátoru, vnější kroužek je modelován zesílením skořepiny pružného členu. Místo kuliček je zaveden liniový kontakt mezi vnitřním a vnějším kroužkem.

Interakce ozubení pružného a tuhého členu je definována jako kontakt mezi množinami uzlů na zubech pružného kola a dokonale tuhými plochami popisujícími segmenty ozubení tuhého kola. Tento kontakt je zadán jako „tvrdý“ – nepřipouštějící žádnou penetraci kontaktujícími povrchů. Vzhledem k očekávaným lokálním nestabilitám při „odtrhávání“ zubů je na tomto kontaktu uměle zavedeno viskózní tlumení, které má obecně stabilizující účinek.

Výpočty jsou prováděny programem ABAQUS 5.8 firmy HKS. Smontování dílů a simulace činnosti převodovky je provedena postupně v krocích:

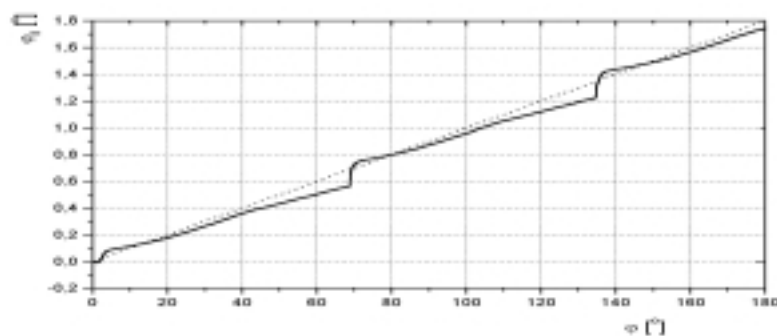
1. Pomocný výpočet smontování generátoru vln a pružného ložiska, který slouží k určení tvaru generátoru vln s nasazeným vnitřním kroužkem pružného ložiska.
2. Smontování dokonale tuhého generátoru vln s pružným členem. Tvar generátoru vln je dán koncovým stavem předcházejícího výpočtu.

3. Smontování tuhého a pružného členu spočívá v aktivaci kontaktních párů pružného a tuhého ozubení. Výše zmíněné referenční uzly zůstávají fixovány.
4. Uvolnění vazeb. Je uvolněna rotace výstupního hřídele, který je současně zatížen výstupním momentem.
5. Simulace převodu spočívá ve vynucení rotace hnacího hřídele. Výstupní hřídel je při tom zatížen konstantním momentem.

### 3. Posouzení modelu vytvořeného MKP

#### 3.1. Hodnocení kinematických veličin MKP modelu

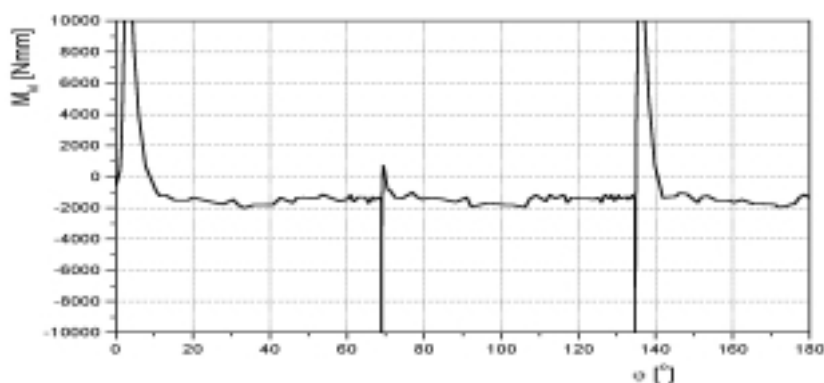
K posouzení modelu MKP byly při porovnávání variant sledovány průběhy frekvence otáčení na výstupu, reprezentované úhlem natočení výstupního hřídele  $\varphi_{II}$  [°], a průběhy frekvence otáčení na vstupu, reprezentované úhlem natočení vlnového generátoru  $\varphi$  [°]. Jejich vzájemná závislost je uvedena na obr. 3.



Obr. 3. Závislost úhlu natočení výstupního hřídele na úhlu natočení vlnového generátoru (tečkovaně je zobrazen ideální průběh)

Průběh závislosti úhlu natočení výstupního hřídele  $\varphi_{II}$  a úhlu natočení vlnového generátoru  $\varphi$  uvedené na obr. 3 vykazuje periodickou odchylku od ideálního průběhu. Pokles frekvence otáčení výstupního hřídele je pravidelně kompenzován skokovým přírůstkem úhlu natočení. Tento jev je patrně důsledkem „změkčeného kontaktu“ v pružném ložisku. Radiální poddajnost ložiska modelu kompenzuje v malém rozmezí svou deformací excentricitu vlnového generátoru, což vede ke zmenšení kinematické přesnosti modelu.

#### 3.2. Hodnocení silových veličin MKP modelu



Obr. 4. Funkční závislost vstupního momentu  $M_{KI}$  na úhlu natočení vlnového generátoru  $\varphi$

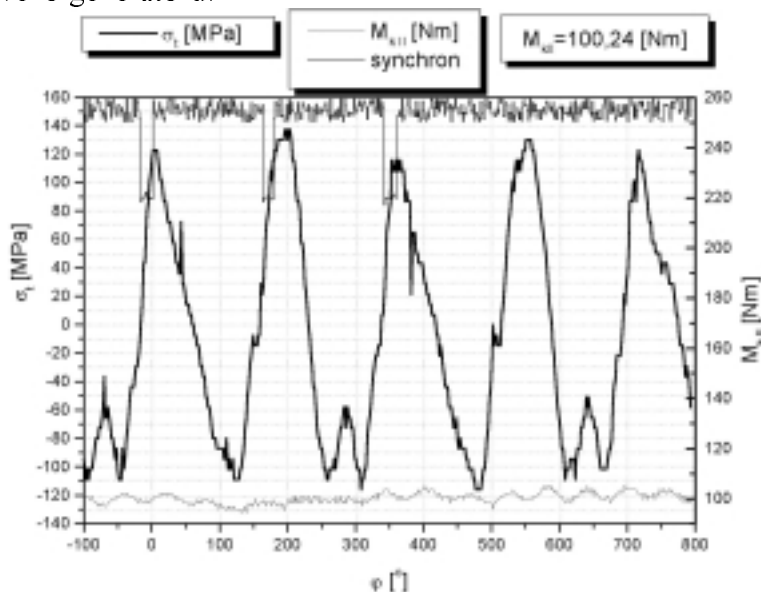
Při zadaném konstantním výstupním momentu  $M_{KII} = 100 \text{ Nm}$  byl sledován a počítán průběh potřebného hnacího (vstupního) momentu  $M_{KI}$ . Graf závislosti vstupního momentu  $M_{KI}$  na úhlu natočení vlnového generátoru je na obr. 4.

Skokové změny průběhu odpovídají skokovým změnám v závislosti uvedené na obr. 3 a jsou vysvětleny v odst. 3.1. Kromě těchto změn vykazuje model velikost vstupního momentu, v rozmezí  $(1 \div 2) \text{ Nm}$ . Při daném převodu 100 a odhadnuté účinnosti reálné převodovky cca 80% by měl vstupní moment dosahovat přibližně velikosti 1,25 Nm. Odchylka se tedy pohybuje v rozmezí  $(20 \div 30) \%$ .

### 3.3. Porovnání vypočtených a naměřených hodnot napětí v kritickém místě skořepiny

Vedle posouzení modelu podle chování globálních veličin, bylo provedeno srovnání výsledků výpočtu provedených na modelu s tenzometrickým měřením. Při výpočtu MKP byly vypisovány hodnoty napětí na vnitřním i vnějším povrchu a to jak ve směru tangenciálním, tak ve směru axiálním. Pro porovnání výpočtu a experimentu jsou rozhodující hodnoty napětí na vnějším povrchu v tangenciálním směru, neboť jsou to hodnoty snímány aktivními tenzometry nainstalovanými na povrchu skořepiny pružného kola. Porovnání bylo provedeno v hodnotách napětí v tangenciálním směru na vnějším povrchu, tj.  $\sigma_t$ . Při stejné hodnotě výstupního momentu  $M_{KII}=100 \text{ Nm}$ .

Pro porovnání výpočtu a experimentu bylo použito napětí vypočítané na vnějším povrchu ve stejném místě skořepiny v jakém byly umístěny aktivní tenzometry. Na obr. 5 je uveden průběh závislosti napětí stanoveného z elektrického signálu tenzometrů (velmi tlustá čára) na úhlu natočení vlnového generátoru.

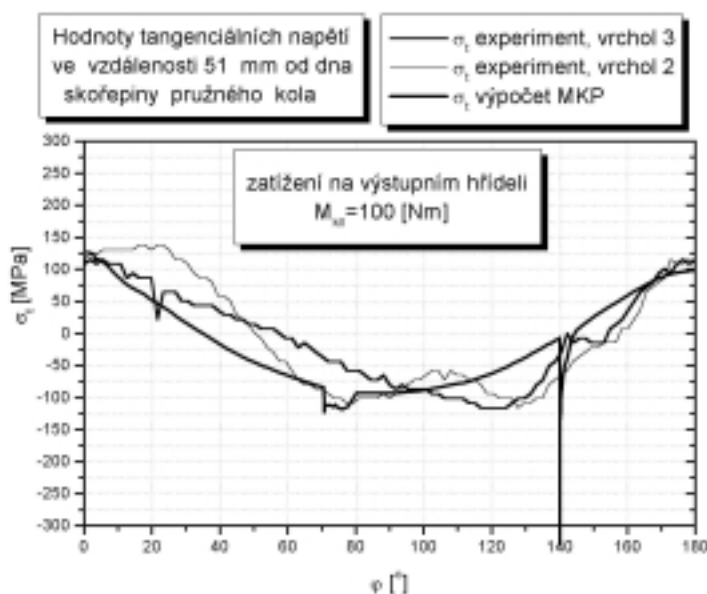


Obr. 5. Závislost průběhu napětí a výstupního kroučícího momentu na úhlu natočení vlnového generátoru

V dolní části grafu je vynesena tenkou čarou průběh výstupního kroučícího momentu, který osciluje kolem integrálně vypočítané střední hodnoty  $M_{KII}=100,24 \text{ Nm}$ . V horní části grafu je tlustou čarou zobrazen průběh spouštěcího signálu. Pro porovnání byly použity části křivky mezi druhým a třetím vrcholem (v obr. 6 tenká čára) a mezi třetím a čtvrtým vrcholem (v obr. 6 tlustá čára). Velmi tlustou čarou je v obr. 6 vynesena průběh získaný výpočtem MKP.

Rozdíly v křivkách získaných tenzometrickým měřením jsou dány tím, že napjatost skořepiny v daném místě je v provozu vynucována střídavě, opačnými vrcholy oválného vlnového gene-

rátoru. Ty jsou u reálného převodu vždy zatíženy výrobními a montážními úchytkami.



Obr. 6.6. Porovnání vypočtených a naměřených hodnot napětí

#### 4. Závěr

Byla vytvořena metodika tvorby MKP modelu konkrétního funkčního harmonického převodu tak, že je možno podle ní vytvářet další modely pro návrhy a kontroly dalších rozměrových typů těchto převodů. Zpracovaný model byl verifikován srovnáním naměřených a vypočtených hodnot tangenciálních napětí.

Pro konstrukci pružného kola je možno z provedeného výpočtu shrnout tyto závěry :

- 1) Extrémy všech druhů napětí uvažovaných při výpočtu metodou konečných prvků se nacházejí v oblasti ozubeného záběru převodu, nebo v přechodu ozubení do hladké části skořepiny.
- 2) Směrem ke dnu skořepiny všechny druhy napětí strmě klesají.
- 3) Všechny druhy napětí mají charakter cyklického namáhání, nejčastěji jsou nesouměrné střídavého typu.
- 4) Žádná z hodnot vypočítaných napětí nepřesahuje 460 MPa.

*This research has been supported by J04/98: 212000008.*

#### References

- /1/ Dinybyl, V.: Evaluation of Stress of Flexspline of Harmonic Drive Unit Using Compare Methods, PhD theses, Prague 2000.
- /2/ Španiel, M., Dinybyl, V., Jančík, L. and Šimek, D.: Modelling and Testing of Harmonic Drive. 17<sup>th</sup> Danubia-Adria Symposium on Experimental Methods in Solid Mechanics, Prague 2000, pp. 309-312.
- /3/ Dinybyl, V., Chyský, J., Jančík, L., Šimek, D. and Španiel, M.: Evaluation of High Stressed Parts of Harmonic Drives, MATAR 2000, Prague 2000, pp. 165 – 171.
- /4/ Jančík, L., Dinybyl, V. and Kanaval, J.: Service Properties Improvement of Harmonic Drive Units, 36<sup>th</sup> Symposium of Departments of Parts and Mechanisms of Machines, Brno 1995, pp. 81-84.