



Experimentální Analýza Napětí 2001

Experimental Stress Analysis 2001

39th International Conference

June 4 - 6 , 2001 Tábor, Czech Republic

THE INFLUENCE OF THE DESIGN MODEL CHOICE ON THE EXPRESSION OF THE WIDTH DEVELOPMENT OF THE MAXIMUM UPRIGHT CRACK OF THE REINFORCED CONCRETE BEAM

VPLYV VOĽBY VÝPOČTOVÉHO MODELU NA VYJADRENIE ŠÍRKY MAX. KOLMEJ TRHLINY ŽELEZOBETÓNOVÉHO NOSNÍKA

Zora Hroncová¹

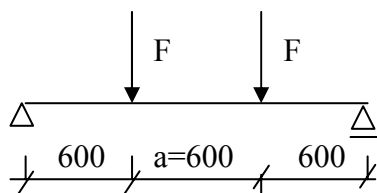
The paper deals with the width development maximum upright crack of the reinforced concrete beam. The values obtained by the experiment are compared by the values which determined the mathematical model and theoretical calculation according to standard [1] and by the probability method. The obtained results are analysed.

Kľúčové slová: reinforced concrete cross section, upright crack width, marginal crack value, mathematical model, width crack comparation, probability calculation, experimental dependence.

1. Úvod

Podkladom pre sledovanie rozvoja max. šírky kolmej trhliny boli železobetónové nosníky. Prierez nosníkov bol obdĺžnik, rozmerov 120/180 mm. Dĺžka nosníkov $l = 1800$ mm. Nosníky boli vyrobené z betónu triedy B 30. Pozdĺžna hlavná výstuž bola zhotovená z 2 ϕ V 12. Šmyková výstuž bola vyrobená z ocele E. Tvorili ju strmienky profilu 6 mm. Vzdialenosť strmienkov v mieste čistého ohybu $s_s = 60$ mm. Pomocnú výstuž tvorili 2 ϕ E 8.

Nosníky boli zaťažované (pozri obr. 1) dvoma osamelými bremenami až do ich porušenia.



Obr. 1

V každej fáze zaťaženia sa o.i. sledoval i rozvoj trhlín po celej dĺžke nosníkov.

¹ Doc. Ing. Zora Hroncová, CSc., Žilinská univerzita v Žiline, Stavebná fakulta, Katedra stavebných konštrukcií a mostov, Komenského 52, 010 26 Žilina, e-mail: hroncova@fstav.utc.sk

2. Rozvoj šírky maximálnej kolmej trhliny

2.1 Spracovanie experimentálnych dát rozvoja šírky maximálnej kolmej trhliny do matematickej závislosti

Na spracovanie experimentálnych hodnôt rozvoja šírky max. kolmej trhliny w_{3a} do matematickej závislosti sa využil matematický model, vyjadrený obecnou kriteriálnou rovnicou:

$$\pi_o = f(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n), \quad (1)$$

kde: π_o je bezrozmerný argument (BA) v ktorom vystupuje sledovaná veličina

$\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n$ sú BA spracované zo zúčastnených veličín, ktoré sa na sledovanom deji podieľajú.

Do spracovania matematickej závislosti boli vybrané tieto zúčastnené veličiny: $a, A_{st}, h_e, R_{e,exp}, M$. Kriteriálna rovnica (1) má potom nasledovný tvar:

$$\frac{w_{3a}}{a} = f\left(\frac{M}{A_{st} \cdot h_e \cdot R_{b,exp}}\right), \quad (2)$$

kde: w_{3a} je sledovaná šírka max. kolmej trhliny,
 a - základňa oblasti čistého ohybu nosníka,
 M - ohybový moment od prevádzkového zaťaženia,
 A_{st} - plocha ťahovej výstuže
 h_e - účinná výška prierezu nosníka
 $R_{b,exp}$ - experimentálna hodnota návrhovej pevnosti betónu v tlaku

Prehľad vstupných a aproximáciou získaných hodnôt rozvoja šírky max. kolmej trhliny v mieste čistého ohybu je uvedený v tab. 1. (Vstupné údaje nameraných hodnôt rozvoja w_{3a} , uvedené v tab. 1, predstavujú geometrický priemer z nameraných hodnôt zistených na 3 sledovaných nosníkoch).

Tab. 1 Prehľad získaných výsledkov

Poč. meraní n	Zaťaž. sila F [kN]	Zaťaž. moment M [kN.m]	Šírka maximálnej kolmej trhliny				Vstupné údaje
			nameraná [m]	vypočítaná [m]	podľa normy [mm]	pri $P_r = 0,9999$ [mm]	
1	5,0	3,0	0,000040	$4,16 \cdot 10^{-5}$	0,0499	0,041461	$A_{st} = 2,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ $h_e = 0,158 \text{ m}$ $R_{b,exp} = 18,87 \text{ MPa}$ $a = 0,6 \text{ m}$
2	7,5	4,5	0,000056	$6,58 \cdot 10^{-5}$	0,0748	0,065471	
3	10,0	6,0	0,000100	$9,10 \cdot 10^{-5}$	0,0998	0,090903	
4	12,5	7,5	0,000127	0,000117	0,1247	0,116714	
5	15,0	9,0	0,000167	0,000144	0,1497	0,143457	
6	20,0	12,0	0,000210	0,000199	0,1995	0,198145	
7	25,0	15,0	0,000250	0,000256	0,2494	0,255410	
8	30,0	18,0	0,000270	0,000315	0,2995	0,313241	

Hľadaná matematická závislosť má nasledovný tvar:

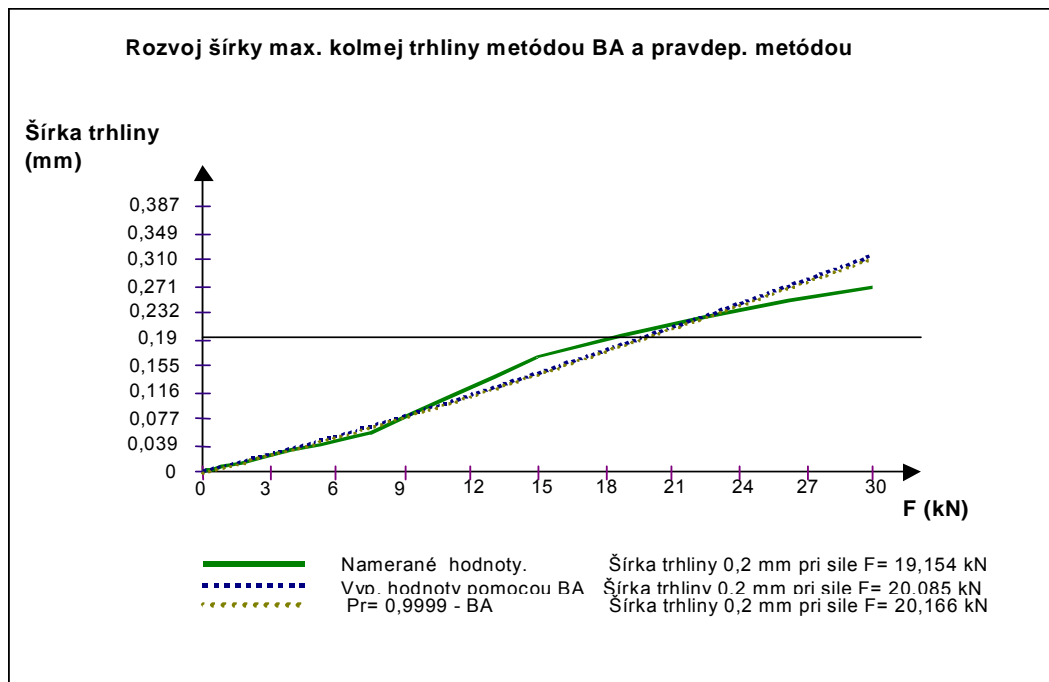
$$\frac{w_{3a}}{a} = 1,28595 \cdot 10^{-5} \left(\frac{M}{A_{st} \cdot h_e \cdot R_b}\right)^{1,1287}, \quad \text{resp.} \quad (3a)$$

$$w_{3a} = 7,7156 \cdot 10^{-5} \left(\frac{M}{A_{st} \cdot h_e \cdot R_b} \right)^{1,1287} \quad (3b)$$

Vhodnosť získanej závislosti potvrdzuje index korelácie, ktorý je číselne rovný hodnote $IK = 0,9798$.

Závislosť (3a) resp. (3b) je dimenzionálne správna.

Pre porovnanie nameraných hodnôt a hodnôt rozvoja šírky kolmej trhliny získanej závislosťou 3b, ukazuje obr. 2.



Obr. 2

2.2 Spracovanie rozvoja šírky max. kolmej trhliny zásadami normy [1] (ďalej len rozvoj šírky trhliny)

Rozvoj šírky trhliny zásadami uvedenej normy je definovaný vzťahom:

$$w_{3a} = \lambda \cdot \kappa \cdot k \cdot \omega_{tb} (0,035 - \mu_{st}) \cdot \frac{\sigma_{s,lt}}{E_s} \cdot \sqrt[3]{d_w} \quad (4)$$

kde: λ je súčiniteľ trvalej šírky trhliny (bežné a suché prostredie $\lambda = 1,2$)

κ - súčiniteľ spôsobu namáhania (ohyb: $\kappa = 1,0$)

k - súčiniteľ povrchu výstuže (oceľ 10425 $\rightarrow k = 2000$)

ω_{tb} - súčiniteľ krycej vrstvy ($\omega_{tb} = 1,0$)

μ_{st} - stupeň vystuženia (sledovaný nosník $\mu_{st} = 0,0105$)

$\sigma_{s,lt}$ - napätie vo výstuži vyvolané prevádzkovým stálym zaťažením

E_s - modul pružnosti výstuže ($E_s = 210\,000$ MPa)

d_w - rozhodujúci profil výstuže ($d_w = d_s = 12$ mm)

Hodnoty w_{3a} , získané závislosťou (3b) a vzťahom (4) sú uvedené v tab. 1.

2.3 Pravdepodobnostné riešenie rozvoja šírky maximálnej kolmej trhliny v mieste čísteho ohybu

Program, potrebný na pravdepodobnostné riešenie, programovo spracoval poslucháč 5. ročníka Róbert Biroš v rámci svojej diplomovej práce.

Pravdepodobnostné riešenie rozvoja trhliny vychádza z upravenej matematickej závislosti (3b). Má nasledovný tvar:

$$w_{3a} = 7,7156 \cdot 10^{-5} \left(\frac{M}{[A_{st}]_j \cdot [h_e]_j \cdot [R_{b,exp}]_j} \right)^{1,1287} \quad (5)$$

Vstupnými údajmi pravdepodobnostného riešenia boli štatisticky hodnotené vybrané veličiny R_b , A_{st} , h_e . Sú uvedené v tab. 3.

Tab. 3 Štatistické hodnoty

Veličiny	Stredná hodnota	Smerod. odchýlka	Dolná hranica	Horná hranica
A_{st} [m ²]	0,000219036	0,000001618	0,0002094	0,0002252
h_e [m]	0,158	0,011	0,157	0,159
R_b [MPa]	35,7	1,5044	30	40

Pri počte generovaní $n = 10\ 000$ a pre zvolené pravdepodobnosti spoľahlivosti: $P_r = 0,99; 0,999 \dots$ až $0,9999999$, odpovedajúce hodnoty w_{3a} sú uvedené v tab. 4.

Tab. 4 Pravdepodobnostné riešenie w_{3a} pri volenej hodnote P_r

Zaťaž. sila F [kN]	Ohyb. moment M [kN.m]	Hladina spoľahlivosti P_r						
		0,5	0,99	0,999	0,9999	0,99999	0,999999	0,9999999
5	3	0,0513047	0,045139	0,043128	0,041461	0,040005	0,038735	0,037544
7,5	4,5	0,0811285	0,071321	0,068122	0,065471	0,063156	0,061135	0,059241
10	6	0,1120611	0,098809	0,094486	0,090903	0,087775	0,085045	0,082485
12,5	7,5	0,1442309	0,126996	0,121374	0,116714	0,112646	0,109095	0,105767
15	9	0,1772272	0,156075	0,149176	0,143457	0,138464	0,134106	0,130021
20	12	0,2454143	0,215807	0,20615	0,198145	0,191156	0,185057	0,179339
25	15	0,3158983	0,278012	0,265654	0,25541	0,246467	0,238663	0,231345
30	18	0,3873398	0,340929	0,32579	0,313241	0,302286	0,292725	0,283761

Porovnanie hodnôt pravdepodobnostného riešenia w_{3a} s hodnotami w_{3a} získanými z meraní ukazuje, že najväčšiu zhodu s nameranými hodnotami vykazuje stĺpec s hladinou spoľahlivosti $P_r = 0,9999$. (Uvedená hladina spoľahlivosti odpovedá pravdepodobnosti poruchy $P_f = 1 - P_r = 1 \cdot 10^{-4}$)

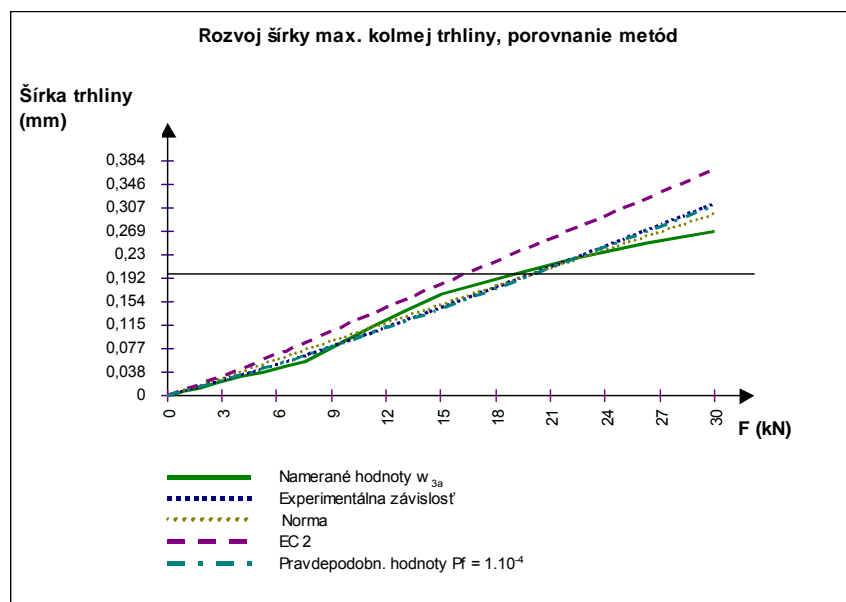
3. Analýza získaných výsledkov

Príspevok sledoval zhodu nameraných hodnôt rozvoja šírky max. kolmej trhliny s hodnotami získanými využitím kritériálnej rovnice, zásadami normy [1] a pravdepodobnostným riešením.

Zásady normy [1], pre nosníky umiestnené v bežnom prostredí, predpisuje limitnú hodnotu $w_{3a,lim} = 0,2$ mm. Uvedená hodnota šírky trhliny bola pri jednotlivých postupoch dosiahnutá pri sile F :

pri experimentálnej závislosti (3b) pri sile	$F_{lim,exp} = 20,24$ kN
pri normou stanovenej závislosti (4)	$F_{lim,n} = 20,00$ kN
pri pravdepodobnostnom riešení	$F_{lim,p} = 20,01$ kN

Rozdiel medzi silami F_{lim} bol 1,02 kN. Priebeh rozvoja šírky trhliny w_{3a} získaných jednotlivými postupmi je vykreslený na obr. 3. Porovnanie číselných hodnôt w_3 z tab. 1 ukazuje, že najtesnejšiu zhodu s nameranými hodnotami preukázala experimentálna závislosť (3b).



Obr. 3

Druhé hodnotovo najbližšie výsledky vykázalo ďalej pravdepodobnostné riešenie pri hladine spoľahlivosti $P_r = 0,9999$. Rozdiel v číselných hodnotách predstavuje percentuálnu zmenu približne 1 %. Potvrzuje to i obr. 2 a 3, kde porovnávané priebehy w_{3a} sú takmer stožňené.

Najväčšie rozdiely medzi nameranými a teoretickými hodnotami vykázali poradnice w_{3a} stanovené zásadami normy [1] v počiatočných fázach zaťaženia, šírka trhliny stanovená zásadami normy [1] vykázala číselné väčšie hodnoty než boli zistené meraním. Rozdiely v hodnotách w_{3a} boli až 19 %.

So zväčšovaním zaťaženia sa však rozdiely v hodnotách w_{3a} zmenšovali. Po dosiahnutí šírky trhliny $w_{3a} = w_{3a,lim} = 0,2$ mm, hodnota normou stanovená už vychádzala číselne menšia než i závislosti (3b).

Pre porovnanie v obr. 3 je vykreslený aj rozvoj šírky max. kolmej trhliny stanovený zásadami EC 2. Podľa uvedenej metódy šírka $w_{3a,lim}$ bola dosiahnutá už pri sile $F = 16,4$ kN, čo predstavuje rozdiel s výsledkom normy [1] až 22 %.

4. Záver

Zo zvolených postupov stanovenia rozvoja šírky maximálnej kolmej trhliny, uvedených v odst. 2.1 až 2.3 najtesnejšie k nameraným hodnotám w_{3a} sa priblížila experimentálna závislosť vyjadrená vzťahom (3b). Uvedený vzťah možno využiť i pre stanovenie hodnoty w_{3a} pre postupne jednotlivo sa meniace zúčastnené veličiny.

Uvedený postup spracovania rozvoja šírky trhliny w_{3a} podľa odst. 2.1 je možné realizovať i pri iných zúčastnených veličinách. Podmienkou však je, že musia byť spracované do bezrozmerového argumentu.

Porovnanie nameraných hodnôt a hodnôt w_{3a} získaných pravdepodobnostným riešením podľa odst. 2.3 ukázali, že danú úlohu je možné riešiť i pravdepodobnostným postupom. Hladina spoľahlivosti $P_r = 0,999$ ukázala sa dostatočnou.

Postupy uvedené v odst. 2.1, 2.2 a 2.3 vykázali približne 5 % rozdiel v hodnote sily F_{lim} pri ktorej hodnota $w_{3a} = w_{3a,lim}$. Šírka trhliny stanovená zásadami EC 2 nadobudla hodnotu $w_{3a} = 0,2$ mm pri podstatne nižšom zaťažení ako norma [1].

Literatúra

- [1] STN 73 1201-86a: Navrhovanie betónových konštrukcií
- [2] Harant, M.: Matematické metódy v experimentálnej praxi, VŠDS Žilina, 1970
- [3] Mrázik, A.: The theory of steel structures reliability. SAV Bratislava 1987
- [4] Hájek, J.- Krchov, J.: Medzný stav vzniku trhlín. In: Navrhování betónových konstrukcí podle revize ČSN 73 1201. DT ČSVTS Praha 1986
- [5] Hroncová, Z.: The resistance of the reinforced concrete cross-section solved by probabilistic method of extreme functions. Studies of university of transport and communications in Žilina. Civil Engineering series 18, str. 57-67, 1995
- [6] Hroncová, Z.: Probability based a solution to the problem of reinforced cross-section resistance under bending. Slovak Journal of Civil Engineerinf Bratislava TU, 1996, 2 str.
- [7] Procházka, J.- Krátký, J.: Navrhování betonových konstrukcí podle EUROCODE 2. Doplnkové skriptum. Vydavatel'stvo ČVUT, 1998
- [8] Hroncová, Z.- Chovančíková, A.: Influence of Change of Cohesion between Concrete and Reinforcement on Origin and Development of Stant Cracks of Beams. Medzinárodná konferencia: Quality and Reliability in Building Industry, Levoča 1999, str. 123-128
- [9] Hroncová, Z.- Chovančíková, A.: Analysis of Cohesion Effect on Origin and Development of the Cracks of Reinforced Concrete Beams. Medzinárodná konferencia: Quality and Reliability in Building Industry, Levoča 1999, str. 117-122