

E **A** **N** **Experimentální Analýza Napětí** **2003**

STIFFNESS PARAMETER IN HUMAN CORONARY ARTERIES

STIFFNESS PARAMETR LIDSKÝCH VĚNČITÝCH TEPEN

Lukáš Horný¹, Karel Vítek², Otomar Kittnar³

An analytical model has been used to simulate the effects of tissue aging on residual strain, constitutive relations and stiffness parameter in the main right and left (ramus circumflexus) human coronary arteries, based on experimental data. The experimental opening angle θ scatters considerably with age. The optimum angle $\theta_{op} \approx 70^\circ$, which makes the circumferential stress uniform in the arterial wall at a normal blood pressure, is approximately constant throughout aging. Above age of the 15 years the estimated and experimental values of θ are greater than θ_{op} and therefore the mechanical load of the inner layers of the media and the intima decreases and the adventitia is overloaded. On the basis of nonlinear regression analysis, age-related constitutive laws of arterial wall circumferential stiffness have been determined. Above the age of 30, arterial wall hardening increases rapidly. The left coronary artery is stiffer than the right artery for groups from 35 to 45 years of age. Hyperelasticity theory has been used to identify age-related multiaxial stress through wall thickness. A theoretical model based on the reduced Green strain provides a very good representation of the coronary artery circumferential mechanical response and predicts its nearly isotropic behavior. Bio-composite material forms non-homogeneous stresses and, in the course of aging, it increases the adventitia loading. In groups aged from 10 to 15 years, whose coronary artery residual strains are low, the circumferential stress distribution has a classic form. Stiffness parameter β gradually increases with age and this increase is significant above the age of 60. Parameter β tends to decrease when the opening angle θ increases.

Keywords

Opening angle, stiffness parameter, residual stress, aging, coronary arteries.

Úhel rozevření, stiffness parametr, zbytkové napětí, stárnutí, věnčité tepny.

Úvod

Lidské věnčité tepny, které jsou umístěny na povrchu epikardu, jsou nejčastějším místem tvorby aterosklerotických plátů v lidském krevním oběhu. Endoteliální buňky tepenné stěny jsou vystaveny oscilujícímu smykovému napětí krevního toku a to ovlivňuje biochemické pochody, propustnost endotelu pro makromolekuly a vodu (Berthiaume, Frangos [1]). To může být hlavní faktor ovlivňující vznik aterosklerózy. Svůj vliv na její vznik má jistě i dynamická obvodová deformace daná pulzujícím tlakem krve. V této práci jsme použili analytický model na simulaci vlivu stárnutí na obvodovou zbytkovou deformaci (námi experimentálně odměřená data s provedenou regresní analýzou), konstitutivní rovnice

¹ Ing. Lukáš Horný : Laboratoř biomechaniky člověka U 205.3, Fakulta Strojní ČVUT v Praze; Technická 4, 166 07, Praha, tel.: +420-2-24352519, e-mail: horny@biomed.fsids.cvut.cz

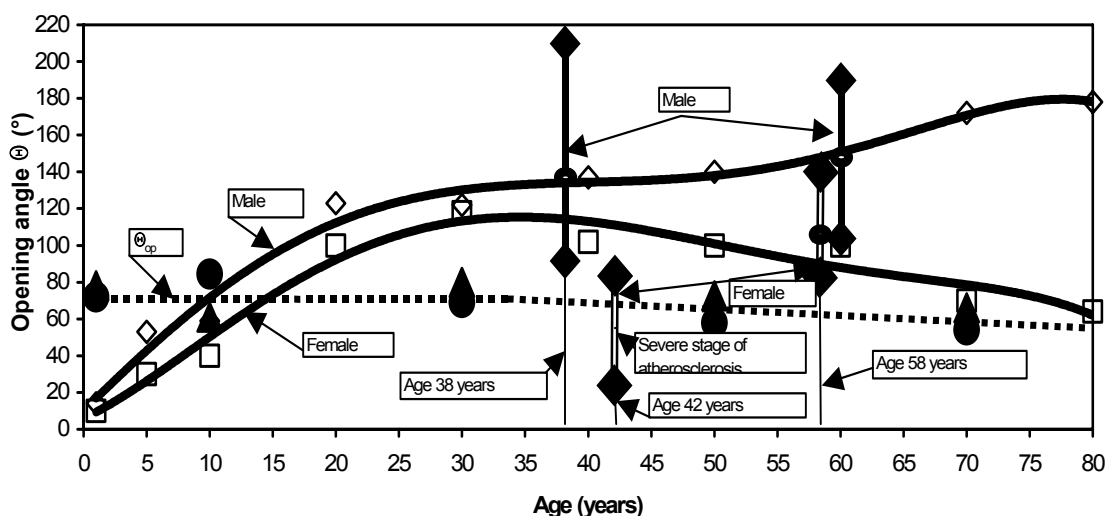
² Ing. Karel Vítek, CSc.: Odbor pružnosti a pevnosti U 205.1, Ústav mechaniky, Fakulta Strojní ČVUT v Praze; Technická 4, 166 07, Praha, tel.: +420-2-24352527, e-mail: vitek@fsids.cvut.cz

³ Doc. MUDr. Otomar Kittnar, CSc.: Ústav fyziologie, 1. Lékařská Fakulta UK v Praze, Albertov 5, 128 00, Praha, tel.: +520-2-24968483, e-mail: otomar.kittnar@lf1.cuni.cz

lidských věnčitých tepen (ramus circumflex) a podle dat získaných z literatury (Ozolanta and Purinya [2]) stiffness parametr β .

Úhel rozevření

V následujícím grafu jsou shrnuty výsledky experimentů s obvodovými tepennými kroužky, které byly odebrány z mužských a ženských věnčitých tepen. Jde o radiální rozříznutí tepenných kroužků umístěných na podložce (v jednom bodě upevněných) ve fyziologickém roztoku. Byla provedena lineární regresní analýza (lineární v koeficientech regrese) pomocí polynomických funkcí. Pro muže byl nalezen polynom pátého stupně, pro ženy obdobně, s indexy determinace $ID^2 = 0,9823$ pro muže, $ID^2 = 0,9547$ pro ženy. Výsledky jsou shrnuty v následujícím grafu.



Obr. 1 Úhel rozevření

Rozložení napětí ve stěně tepny se zbytkovou deformací

K výpočtu napjatosti s uvažováním existence zbytkové deformace v tepně byl využit analytický výpočtový model tlustostěnné nádoby v němž byla tepna modelována jako hyperelastický materiál. Použitá funkce hustoty deformační energie odpovídala tzv. Hayashiho tvaru. Materiálové konstanty byly odvozeny z měření v [2] a publikace [3], kde je uvedena závislost těchto konstant na věku, tak že vypočítané napětí odpovídá skutečnému napětí v němž je zahrnut vliv agingu.

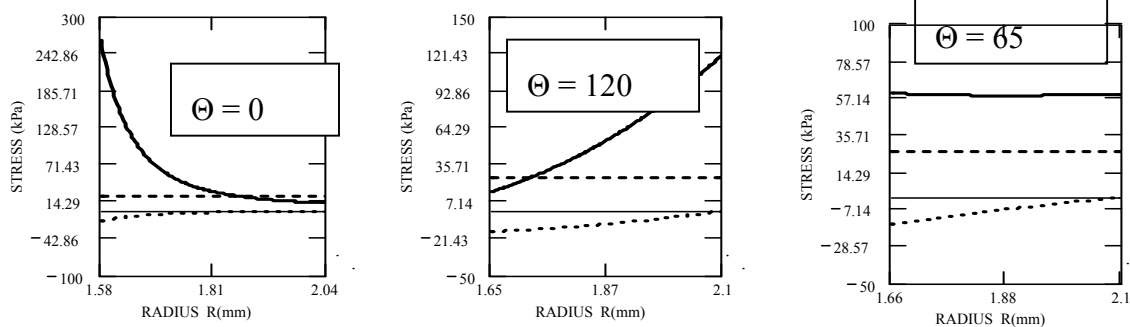
Při modelování napjatosti a deformace byly použity tyto další předpoklady: 1. cylindrická ortotropie stěny, 2. neexistence smykových napětí ve stěně, 3. homogenita stěny – stěna byla modelována jako jednovrstvá, 4. nestlačitelnost, 5. konstantní rozložení podélného poměrného prodloužení po tloušťce stěny. Při těchto předpokladech můžeme obdržet složky Cauchyho tenzoru napětí z následujících vztahů:

$$\sigma_t(R, \tau) - \sigma_r(R, \tau) = \lambda_t^2 \frac{\partial W(\tau)}{\partial e_t} \quad \sigma_z(R, \tau) - \sigma_r(R, \tau) = \lambda_z^2 \frac{\partial W(\tau)}{\partial e_z} \quad (1)$$

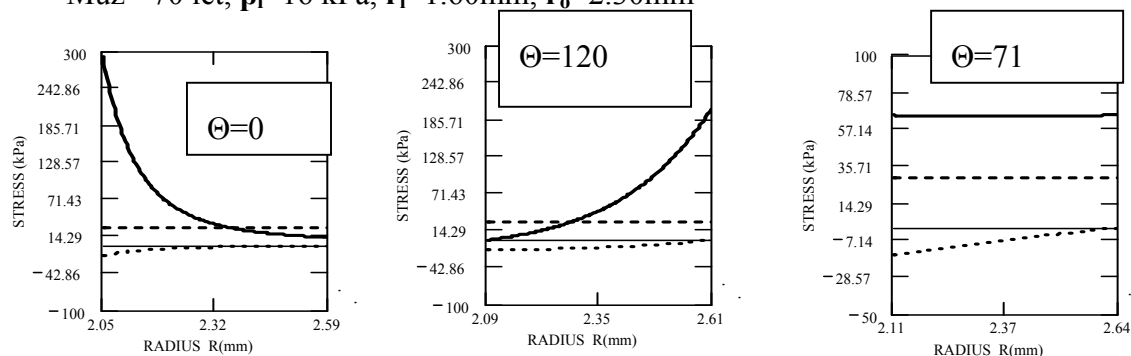
při splnění podmínky:
$$\sigma_r(\tau) = -p_i = \int_{R_i}^{R_o} \lambda_t^2 \frac{\partial W(\tau)}{\partial e_t} \frac{dR}{R} \quad (2)$$

Kde $e_i = \frac{1}{2}(\lambda_i^2 - 1)$, $i = t, z$ jsou složky Greenova tenzoru deformace, p_i vnitřní tlak, W funkce hustoty deformační energie (uvažován je Hayashiho logaritmický tvar). Na následujících grafech je znázorněno rozložení napjatosti ve stěně věnčitých tepen pro muže a ženy ve věku 30 a 70 let s uvažováním různých hodnot úhlu rozevření – zbytkové deformace.

Muž - 30 let, $p_i=16$ kPa, $r_i=1.10$ mm, $r_o=1.75$ mm

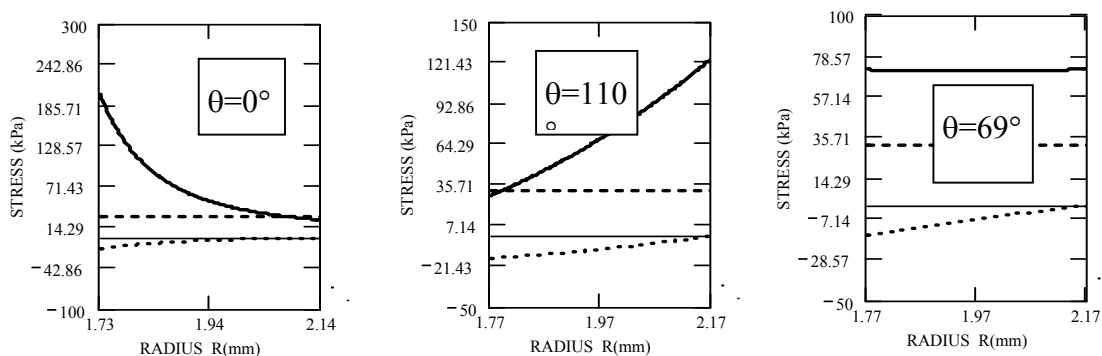


Muž - 70 let, $p_i=16$ kPa, $r_i=1.60$ mm, $r_o=2.30$ mm

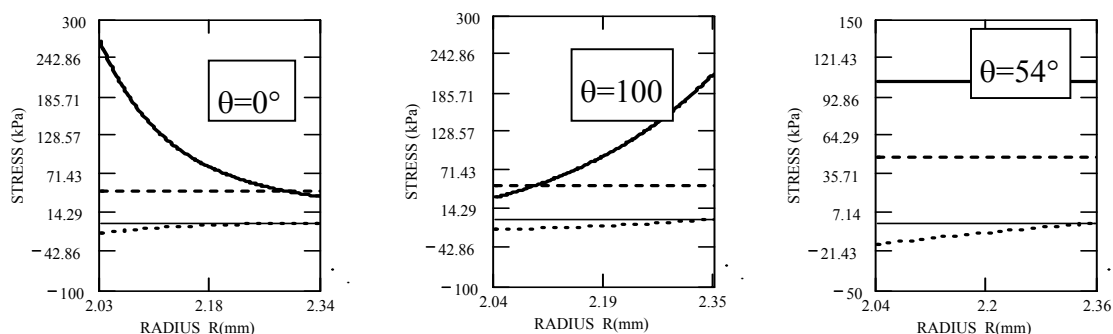


Obr. 2 Rozložení napjatosti muži

Žena - 30 let, $p_i=16$ kPa, $r_i=1.30$ mm, $r_o=1.85$ mm



Žena - 70 let, $p_i=16$ kPa, $r_i=1.70$ mm, $r_a=2.10$ mm



Obr. 3 Rozložení napětí ženy

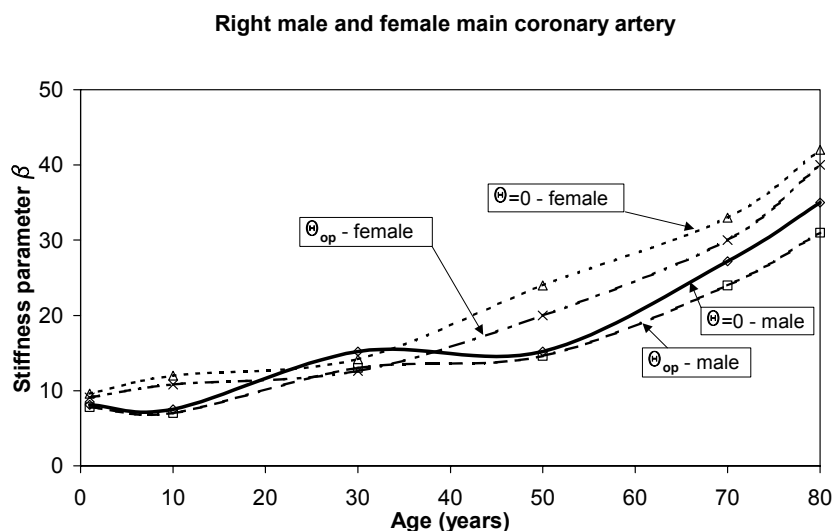
Vliv zbytkové deformace na rozložení napjatosti ve stěně je patrný. Při neexistenci zbytkové deformace (nulový úhel rozevření) je vidět výrazná napěťová špička na vnitřním poloměru (obdobně jako u klasických tlustostěnných nádob). Naopak při příliš velkém úhlu rozevření mění rozložení napětí svůj charakter, špička se přesune na vnější poloměr. Výpočet dokumentuje existenci optimálního úhlu rozevření, při němž je obvodové napětí ve stěně konstantní. Neexistence úhlu rozevření vede k přetěžování vnitřního povrchu, naopak příliš velké úhly rozevření vedou k přetěžování vnější vrstvy stěny tepny.

Stiffness parametr β

Stiffness parametr β je definován následujícím vztahem:

$$\beta = \frac{E_p}{p_s}, \quad (3)$$

kde E_p je tlakový modul pružnosti $E_p = R_i (\Delta p / \Delta R_i)$, R_i je vnitřní poloměr tepny při tlaku p_i , ΔR_i je přírůstek vnitřního poloměru při tlakovém přírůstku Δp a p_s je střední tepenný tlak, který je uvažován jako 13.30 kPa. Následující obrázek ukazuje růst stiffness parametru v průběhu stárnutí pro mužskou a ženskou pravou věnčitou tepnu. Zobrazeny jsou hodnoty pro parametru β pro nulový úhel rozevření (žádná zbytková deformace) a pro teoretický optimální úhel rozevření, který dělá obvodové napětí ve stěně homogenní. Je vidět, že pro obě varianty parametr β roste, avšak pro teoretický optimální úhle rozevření jsou jeho hodnoty nižší.



Obr. 4 Stiffness parametr

Závěr

Pomocí analytického výpočtového modelu tlustostěnné nádoby s využitím předpokladu hyperelastických vlastností tepenné stěny byla nalezena závislost rozložení napětí ve stěně lidských věnčitých tepen na úhlu rozevření. Na základě provedených experimentů a výpočtů je zřejmé, že pro muže s věkem roste úhle rozevření a tím i zatížení vnější vrstvy tepenné stěny, což může vést k její hypertrofii. U žen je situace trochu odlišná, zde byl pozorován mírný pokles s věkem. Parametr však β roste pro obě pohlaví, ale jeho hodnoty jsou při uvažování optimálního úhlu rozevření, který činní obvodové napětí ve stěně homogenní, menší.

Literatura

- [1] M.H. Friedman, O.J. Deters, F.F. Mark, C.B. Bargeson and G.M. Hutchins : *Arterial geometry affects hemodynamics : A potential risk factor for atherosclerosis*, *Atherosclerosis* **46**, (1983), 225 – 231.
- [2] I. Ozolanta and B. Purinya, Age related changes of the biomechanical parameters and structure of coronary artery walls, *Contemporary Problems of Biomechanics (in Russian)* **2** (1985), 208-237
- [3] Takamizawa, K. – Hayashi, K.: Strain energy density function and uniform strain hypothesis for arterial mechanics., *J. Biomech.*, 20, 1987, s.7-17
- [4] J. Valenta, J. Svoboda, D. Valerianova and K. Vitek, Residual strain in human atherosclerotic coronary arteries and age related geometrical changes, *Bio-Medical Materials and Engineering* **9** (1999), 311 – 317.

This research has been supported by MSM 21 00000 12.