

## EXPERIMENTAL AND NUMERICAL ANALYSIS OF RC GIRDERS Experimentální a numerická analýza železobetonových nosníků

## Jan Pěnčík<sup>1</sup>, Pavel Schmid<sup>2</sup>, Petr Daněk<sup>3</sup>

Článek popisuje výrobu, přípravu, provedení a vyhodnocení statických zatěžovacích zkoušek železobetonových nosníků namáhaných čtyřbodovým ohybem při dvou alternativních okrajových podmínkách. Dále popisuje provedené zkoušky k získání materiálových charakteristik betonu a betonářské výztuže, ze kterých jsou ŽB nosníky vyrobeny. Experimentálně zjištěné mezní únosnosti ŽB nosníků jsou porovnány s numericky zjištěnými hodnotami. Numerické analýzy jsou provedeny pomocí nelineárního konečně prvkového systému ATENA při využití experimentálně zjištěných a statisticky zpracovaných materiálových charakteristik.

The article describes preparation, performance, and evaluation of the static loading tests of the reinforced concrete girders subjected to the four-point bending under two alternative boundary conditions. The bearing capacity limits of the reinforced concrete girders obtained by experimental testing are compared to the values received from numerical computation. The numerical analyses are performed with the use of ATENA nonlinear system.

Keywords FEM, ultimate bearing capacity, RC girder, experiment, test, measurement.

Klíčová slova MKP, mezní únosnost, ŽB nosník, experiment, zkouška, měření.

## Úvod

V současné době se lze poměrně často setkat s nosnými konstrukčními prvky ŽB stavebních konstrukcí, které jsou porušené trhlinami. Tyto poruchy jsou ve většině případů vyvolány např. změnou účelu využívání stavební konstrukce, se kterou je úzce spjata změna působícího zatížení, degradací materiálů konstrukce (koroze výztuže, karbonatace betonu), nedůsledně provedeným původním statickým výpočtem (opomenutí některých zatížení) atp.

K analýze porušených ŽB nosných prvků lze v použít celou řadu výpočtových systémů např. ANSYS, ABAQUS popř. v ČR poměrně značně používaný systém ATENA [1]. Jedná se o výpočtové systémy, které při výpočtech umožňují uvažovat vlivy materiálové, geometrické popř. konstrukční nelinearity. Zejména systém ATENA obsahuje materiálové modely, které velmi

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Ing. Jan Pěnčík, Ph.D.: VUT v Brně, FAST, Ústav stavební mechaniky; Veveří 95, 662 37 Brno, ČR, tel.: +42041147363, e-mail: pencik.j@fce.vutbr.cz

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Ing. Pavel Schmid, Ph.D.: VUT v Brně, FAST, Ústav stavebního zkušebnictví; Veveří 95, 662 37 Brno, ČR, tel.: +42041147491; e-mail: schmid.p@fce.vutbr.cz

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Ing. Petr Daněk: VUT v Brně, FAST, Ústav stavebního zkušebnictví; Veveří 95, 662 37 Brno, ČR, tel.: +42041147492, e-mail: danek.p@fce.vutbr.cz

dobře vystihují materiálové chování betonu a umožňují tak provádět realistickou simulaci skutečného chování konstrukce ve 2D i 3D úlohách. Tyto výpočtové systémy používají k nelineárním analýzám speciální konečné prvky (převážně rovinné 2D – PLANE/QUAD a prostorové 3D – SOLID/BRICK) a materiálové modely betonu (William & Warnke, SBETA, Micropalne model atp.) a betonářské výztuže (bilineární, multilineární, s/bez zpevnění atp.). Prutové prvky (1D) pro nelineární modelování ŽB konstrukcí nejsou v systémech obsaženy.

## Výroba ŽB nosníků

V rámci grantového projektu GAČR 103/02/P083 "Vývoj konečných prvků pro analýzu konstrukcí z kompozitních materiálů na bázi cementu" bylo ve zkušební laboratoři Ústavu stavebnin a zkušebních metod Fakulty stavební VUT v Brně podle receptury uvedené v tab. 1 (požadovaná třída betonu B25) vyrobeno 6 ks ŽB nosníků včetně zkušebních těles. Pro každý

Tab. 1 Receptura pro výrobu betonu třídy B25

Složka	Hmotnost složky na 1m <sup>3</sup> betonové směsi
CEM II/B 32.5 Hranice	360.00
celková voda	198.00
dávkovaná voda	198.00
plastifikátor FM 350	1.08
0/4 mm Tovačov	909.20
8/16 mm Tovačov	839.20
objem. hmotnost [kg/m <sup>3</sup> ]	2307.50

vyrobený nosník bylo pro stanovení 28 denní krychelné  $R_{cu}$  a válcové  $R_c$  pevnosti vyrobeny 3 ks zkušebních krychlí a 3 ks zkušebních válců. Dále byly pro stanovení pevností  $R_{cu}$  a  $R_c$  v den zatěžovací zkoušky vyrobeny další 3 a 3 ks zkušebních krychlí a zkušebních válců. Ke stanovení statického modulu pružnosti betonu ŽB nosníků byly vyrobeny 3 ks zkušebních hranolů. Tyto zkušební hranoly byly také využity pro stanovení pracovních diagramů (materiálových modelů) betonu.

První sada 3 ks ŽB nosníků o rozměrech 0.19×0.30×3.30 m (ozn. N1-1 až N1-3) byla použita pro zkoušku čtyřbodovým ohybem

při prostém uložení obou konců nosníků. Nosníky byly u dolního povrchu vyztuženy 3 ks betonářské výztuže  $\emptyset$ R14. U horního povrchu byly nosníky vyztuženy 2 ks konstrukční betonářské výztuže  $\emptyset$ R10. Smyková výztuž – třmínky byly navrženy jako dvoustřižné z betonářské výztuže  $\emptyset$ R8 umístěných po vzdálenosti 0.125 m.

Druhá sada 3 ks ŽB nosníků o rozměrech 0.19×0.30×4.50 m (ozn. N2-1 až N2-3) byla použita pro zkoušku čtyřbodovým ohybem při oboustranném dokonalém vetknutí obou konců nosníků. Nosníky byly vyrobeny pomocí prodloužené formy, přičemž "modelovaná délka" vetknutí byla zvolena 0.75 m. Nosníky byly u dolního povrchu vyztuženy 2 ks betonářské výztuže ØR14. U horního povrchu byly nosníky vyztuženy 3 ks betonářské výztuže ØR14. Smyková výztuž – třmínky byly navrženy jako dvoustřižné z betonářské výztuže ØR8 umístěných po vzdálenosti 0.125 m.

Na obr. 1 je zobrazen armokoš betonářské výztuže nosníku N1-1 ve výrobní formě a nosník včetně zkušebních těles po betonáži. Na obr. 2 je zobrazen armokoš betonářské výztuže nosníku N2-1 v upravené (prodloužené) výrobní formě a nosník včetně zkušebních těles po betonáži.

Pomocí fragmentů betonářské výztuže byly stanoveny materiálové charakteristiky a pracovních diagramy použitých profilů ( $\emptyset$ R14,  $\emptyset$ R10,  $\emptyset$ R8) betonářské výztuže.



Obr. 1 Armokoš betonářské výztuže nosníku N1-1 a nosník včetně zkušebních těles po betonáži



Obr. 2 Armokoš betonářské výztuže nosníku N2-1 a nosník včetně zkušebních těles po betonáži



Obr. 3 Určení krychelné  $R_{cu}$  (a), válcové  $R_c$  (b) pevnosti a statického modulu pružnosti (c)

## Experimentální analýza ŽB nosníků typu N1 - mezní únosnost

Nosníky typu N1, výrobní délky 3.30 m, byly použity pro zkoušku čtyřbodovým ohybem při prostém uložení obou konců. Rozpětí pole nosníků bylo zvoleno 3.00 m, oboustranné převislé konce měly délku 0.15 m. Nosníky byly zatěžovány silami, které působily 0.75 m od levé (pevný kloub) resp. pravé (posuvný kloub) podpory, tj. ve vzdálenosti ¼ resp. ¾ rozpětí od levé podpory.



Obr. 4 Statické zatěžovací schéma

Statické zatěžovací schéma je zobrazeno na obr. 4.

Zkušební nosníky typu N1 byly pro sledování průhybů osazeny v polovině rozpětí a v bodech vzdálených 0.55 m od levého resp. pravého konce nosníků, obr. 4, 5, indukčnostními snímači dráhy WA-T/50 mm. V polovině rozpětí byly na boční stěny nosníků v úrovni horní a dolní betonářské výztuže umístěny

měřící Hollanovy můstky osazené indukčnostními snímači dráhy s rozsahem WA-T/0.5 mm, obr. 4, 5. Tyto snímače sloužily k monitorování poměrného přetvoření betonu. Zatížení (zatěžovací síly F, obr. 4) působící na nosníky bylo vnášeno pomocí dvou hydraulických válců rozepřených o zatěžovací rám. Hydraulické válce měly nosnosti 250 kN a byly spojeny tlakovým potrubím s hydraulickým agregátem. Zatěžovací síly F byly monitorovány pomocí tenzometrických siloměrů typu CSP-M-25 t.



- Obr. 5 Vystrojený nosník N1-1 před statickou zatěžovací zkouškou
  - (a) detail indukčnostního snímače dráhy s rozsahem WA-T/50 mm
  - (b) detail indukčnostního snímače dráhy s rozsahem WA-T/0.5 mm osazeného do Hollanova můstku
  - (c) detail tenzometrického siloměru typu CSP-M-25 t

Všechny snímače použité při experimentální analýze byly připojeny k osmikanálové měřící ústředně Spider 8, která byla přes paralelní port propojena s osobním počítačem. Data byla snímána s ohledem na typ a charakter zatěžovací zkoušky (statická zatěžovací zkouška) ve

frekvenci záznamu 2 Hz. Veškerá naměřená data byla dále zpracovávána v programu Microsoft Excel.



Obr. 6 Nosníky N1-1 až N1-3 po statické zatěžovací zkoušce

Na obr. 6 jsou znázorněny postupně nosníky N1-1, N1-2 a N1-3 po statické zatěžovací zkoušce. K porušení nosníků tj. dosažení mezní únosnosti, s průměrným modulem pružnosti  $E_{b,p}$  a průměrnou krychelnou pevností  $R_{cu,p}$ , došlo při působení sil:

- nosník N1-1 F = 86.3 kN (2×F = 172.6 kN),  $E_{b,p} = 22.0 \text{ GPa}$ ,  $R_{cu,p} = 23.8 \text{ MPa}$ ,
- nosník N1-2 F = 90.2 kN (2×F = 180.4 kN),  $E_{b,p} = 24.5 \text{ GPa}$ ,  $R_{cu,p} = 28.2 \text{ MPa}$ ,
- nosník N1-3 F = 89.9 kN (2×F = 179.8 kN),  $E_{b,p} = 29.5 \text{ GPa}$ ,  $R_{cu,p} = 28.3 \text{ MPa}$ .

K porušení všech nosníků typu N1 došlo vybočením tlačené výztuže, tj. výztuže u horního povrchu, v oblasti nacházející se v blízkosti poloviny rozpětí. Vlivem vybočení došlo k odlomení části betonu v blízkosti této poruchy. V okamžiku dosažení mezní únosnosti byly nosníky rozsáhle porušeny v tažené oblasti tahovými trhlinami, které se začaly rozvíjet ve všech případech při působení zatížení o velikosti F = 30.0 kN. Příklad průběhu tahových trhlin se zřetelnou oblastí poruchy vybočením tlačené výztuže je zobrazen na obr. 7.



Obr. 7 Průběh trhlin na nosníku N1-1



Obr. 8 Detail ocelového opláštění

## Experimentální analýza ŽB nosníků typu N2 - mezní únosnost

Nosníky typu N2, výrobní délky 4.50 m, byly použity pro zkoušku čtyřbodovým ohybem při oboustranném dokonalém vetknutí obou konců. Rozpětí pole nosníků bylo zvoleno obdobně jako v případě nosníků typu N1 o velikosti 3.00 m. Oboustranné vetnutí bylo realizováno na délce 0.75 m pomocí zatěžovacích lavic, a také pomocí ocelového opláštění konců nosníků, ke kterému byla přivařena veškerá betonářská výztuž u horního i dolního povrchu, obr. 8. Nosníky byly zatěžovány přes příčník, jehož podpory byly umístěné 0.90 m od levého



resp. pravého teoretického bodu vetknutí. Statické zatěžovací schéma je zobrazeno na obr. 9.

Obr. 9 Statické zatěžovací schéma

Zkušební nosníky typu N2 byly pro sledování průhybů osazeny v polovině rozpětí a v bodech vzdálených 0.40 m od levého resp. pravého teoretického bodu vetknutí, obr. 10, indukčno-9, stními snímači dráhy WA-T/50 mm. Κ

monitorování možných posunů nosníků ve vetknutí byly použity indukčnostní snímače dráhy WA-T/2 mm, které byly umístěné na horním povrchu nosníků v polovině podporových lavic, obr. 10. V polovině rozpětí byly na boční stěny nosníků v úrovni horní a dolní betonářské výztuže umístěny měřící Hollanovy můstky osazené indukčnostními snímači dráhy s rozsahem WA-T/0.5 mm, obr. 9, 10. Tyto snímače sloužily k monitorování poměrného přetvoření betonu. Zatížení (zatěžovací síla F, obr. 9) působící na nosníky bylo vnášeno pomocí jednoho hydraulického válce o nosnosti 500 kN rozepřeného o zatěžovací rám. Zatěžovací síla F byla monitorována pomocí tenzometrického siloměru typu CSP-M-60 t.



Obr. 10 Vystrojený nosník N2-2 před statickou zatěžovací zkouškou

- (a) detail indukčnostního snímače dráhy s rozsahem WA-T/2 mm nad podporovou lavicí
  (b) detail indukčnostního snímače dráhy s rozsahem WA-T/0.5 mm osazeného do Hollanova můstku
- (c) detail strunového tenzometru Gage Technique

Všechny snímače použité při experimentální analýze byly i v případě nosníků typu N2 připojeny k osmikanálové měřící ústředně Spider 8, která byla přes paralelní port propojena s osobním počítačem. Data byla snímána ve frekvenci záznamu 2 Hz.

Nosníky typu N2 byly dále osazeny na boční stěně v úrovni horní a dolní betonářské výztuže v řezu vzdáleného 0.15 m od teoretického bodu vetknutí strunovými tenzometry Gage Technique, které byly připojeny k měřící ústředně Datataker DT615.



Obr. 11 Nosníky N2-1 až N2-3 po statické zatěžovací zkoušce

Na obr. 11 jsou znázorněny postupně nosníky N2-1, N2-2 a N2-3 po statické zatěžovací zkoušce. K porušení nosníků tj. dosažení mezní únosnosti, s průměrnou pevností betonu v tlaku  $R_{cu,p}$ , došlo při působení síly:

- nosník N2-1  $F = 216.5 \text{ kN} (\frac{1}{2} \times F = 108.25 \text{ kN}), R_{cu,p} = 36.5 \text{ MPa}, (*)$
- nosník N2-2  $F = 306.8 \text{ kN} (\frac{1}{2} \times F = 153.40 \text{ kN}), R_{cu,p} = 40.8 \text{ MPa},$
- nosník N2-3 F = 294.3 kN (½×F = 147.15 kN),  $R_{cu,p} = 36.7 \text{ MPa}$ .
  - (\*) Nosník N2-1 byl při manipulaci a usazování do podporových lavic poškozen. Při jeho zkoušce došlo také k výraznému svislému posunu ve vetknutí, což u dalších nosníků bylo eliminováno úpravou uchycení nosníků v podporových lavicích.

K porušení nosníků N2-2 a N2-3 došlo v oblasti blízké teoretickému vetknutí, kde došlo jednak k výraznému rozvoji tahových trhlin a také k drcení betonu. Příklad porušení nosníku N2-3 s vyznačením průběhu tahových trhlin je zobrazen na obr. 12.



Obr. 12 Porušení nosníku N2-3

# Numerická analýza ŽB nosníků (mezní únosnost)

Po provedení statických zatěžovacích zkoušek byly jednotlivé zkoušky nosníků typu N1 a N2 numericky analyzovány pomocí programového systému ATENA [1]. Jedná se o komfortní výpočtový program, který umožňuje analyzovat ŽB konstrukce. Během výpočtu program např.

dovoluje sledovat monitorovaná místa resp. hodnoty sil, posunů, reakcí, napětí, poměrných deformací atp. Na zatěžovacím diagramu lze i během výpočtu sledovat a kontrolovat odezvu konstrukce na předepsanou historii zatěžování. Program umožňuje uživateli použít materiálové modely betonu, které velmi dobře vystihují specifické chování tohoto nehomogenního materiálu a umožňují tak realisticky simulovat skutečné chování konstrukce.

Při analýzách ŽB nosníků typu N1 a typu N2 byl použit materiálový model betonu SBETA s experimentálně zjištěnými hodnotami modulů pružnosti a krychelných pevností. Tento materiálový model je založen na lomové mechanice betonu v tahu a metodě rozetřených trhlin. Vlastní objektivita řešení je zajištěna využitím kritéria lomové energie betonu a metody pásu trhlin [2]. K modelování betonářské výztuže byl použit bilineární pracovní diagram.

Pro možné porovnání experimentálně zjištěných hodnot sil a velikosti posunů v sledovaných bodech jsou v dalším textu uvedeny výsledky numerické nelineární analýzy nosníků N1-3 a N2-3, obr. 13. Při modelování chování betonu nosníku N1-3 a N2-3 pomocí materiálového modelu betonu SBETA byly uvažovány materiálové charakteristiky uvedené v tab. 2.

Materiálová charakteristika	N1-3	N2-3
modul pružnosti E [GPa]	29.50	32.30
Poissonův součinitel µ [-]	0.20	0.20
pevnost v tahu $R_t [MPa] = 0.24 \times R_c^{(2/3)}$	2.23	2.65
pevnost v tlaku R <sub>c</sub> [MPa]	28.30	36.70

Tab. 2 Materiálové charakteristiky betonu



Obr. 13 Výpočtový model nosníku N1-3 (a) a N2-3 (b) v programovém systému ATENA

Na obr. 14 a 15 jsou zobrazeny odezvy konstrukce nosníku N1-3 a N2-3 na historii zatěžování v případě experimentálního měření a numerické analýzy. K experimentálnímu porušení nosníku N1-3 došlo při působení extrémní síly F = 89.9 kN a ke ztrátě tvaru došlo při při svislém posunu středu rozpětí cca 35.5 mm. Numerickou analýzou byla zjištěna extrémní síla o intenzitě F = 74.3 kN a ke ztrátě tvaru došlo při působení extrémní síly  $\frac{1}{2} \times F = 147.15$  kN a ke ztrátě tvaru došlo při svislém posunu středu rozpětí cca 41.6 mm. Numerickou analýzou byla zjištěna extrémní síla o intenzitě i svislém posunu středu rozpětí cca 41.6 mm. Numerickou analýzou byla zjištěna extrémní síla o intenzitě i svislém posunu středu rozpětí cca 41.6 mm. Numerickou analýzou byla zjištěna extrémní síla o intenzitě  $\frac{1}{2} \times F = 184.5$  kN a ke ztrátě tvaru došlo při posunu cca 45.5 mm (bez vykreslení).



Obr. 14 Odezva konstrukce nosníku N1-3 na historii zatěžování v případě experimentálního měření (a) a numerické analýzy (b); vykreslení závislosti svislého posunu středu rozpětí na působící síle F (obr. 4) – pro (a) v [m], [MN]; (b) v [mm], [kN]



Obr. 15 Odezva konstrukce nosníku N2-3 na historii zatěžování v případě experimentálního měření (a) a numerické analýzy (b); vykreslení závislosti svislého posunu středu rozpětí na působící síle  $\frac{1}{2} \times F$  (obr. 9) – pro (a) v [m], [MN]; (b) v [mm], [kN]

### Závěr

Článek popisuje výrobu, přípravu (použité měřící přípravky a ústředny), provedení a vyhodnocení statických zatěžovacích zkoušek železobetonových nosníků namáhaných čtyřbodovým ohybem při dvou alternativních okrajových podmínkách. Je v něm pro dva nosníky N1-3 a N2-3 provedeno srovnání experimentálně zjištěné mezní únosnosti ŽB nosníků s numericky zjištěnými hodnotami. Experimentálně a numericky zjištěné hodnoty se od sebe liší maximálně o 20%, přičemž příznivěji se jeví výsledky u nosníku N1-3 (staticky určitá konstrukce). Rozptyl řešení u nosníku N2-3 (staticky neurčitá konstrukce) je větší což lze přisoudit většímu počtu faktorů, které mají vliv na sledované veličiny. Jedním z faktorů, který nebyl zahrnut při v článku uvedené numerické analýze byl vliv "nedokonalého" vetknutí (při experimentálních zkouškách docházelo v podporových lavicích k mírnému posunu nosníků ve svislém i vodorovném směru, řádově do 2.5 mm).

### Poděkování

Práce vznikla za podpory grantového projektu GAČR 103/02/P083 "Vývoj konečných prvků pro analýzu konstrukcí z kompozitních materiálů na bázi cementu" a vědecko výzkumného záměru JN MSM 261100007 "Teorie, spolehlivost a modely porušení staticky a dynamicky namáhaných stavebních konstrukcí". Autoři by také rádi poděkovali za pomoc při výrobě a experimentálních zkouškách nosníků Ing. Petru Žíttovi (studentu doktorského studia na FAST, VUT v Brně) a Dušanu Halamovi (studentu 5. ročníku řádného denního studia oboru KON).

#### Literatura (References)

- [1] ATENA Dokumentace k programu ATENA r. 9/2002, Uživatelský a teoretický manuál
- [2] Pukl, R., Teplý, B., Novák, D., Stewart, M. G., Author: Modelování únosnosti předem předpjatého mostního nosníku oslabeného korozí – BETON – technologie, konstrukce, sanace, 3, 50-54, 2002
- [3] Pěnčík, J.: Modelling of Load Test of Reinforced Girders Using User Beam Element, Proceedings of the 21st International Congress on FEM Technology, Berlin, Germany, CADFEM, 2003, abstract: p. 1.4.3; full paper p. 1-11, ISBN 3-937523-00-6