

# E xperimentální A nalýza N apětí 2005

## TENSION IN REINFORCED CONCRETE GIRDERS SUBJECTED TO TORSION NAPĚTÍ V ŽELEZOBETONOVÝCH TRÁMECH NAMÁHANÝCH KROUCENÍM

Petr Daněk<sup>1</sup>, Petr Žítt<sup>2</sup>

*The article describes design and evaluation of static loading tests of reinforced concrete girders subjected to pure torsion. The limiting torsion moments and torsion displacements were a main output data monitored at static loading tests. The theoretical calculations of limiting torsion moments were formulated according to derived theory for twisted reinforced concrete elements (modification Rausch theory). In terms of performed attendant exams used materials was performed a numerical analysis with using a finite element method in computation systems ATENA. Objective of these analyses was reached corresponding a same results with the experimental exams and obtain a limit tensions in reinforced concrete girders..*

### Keywords

Girder (beam), tension, reinforced concrete, torsion, twisting, load bearing capacity, FEM

### Úvod

Každá konstrukce, ať je vyrobena ze železobetonu, oceli nebo jiných konstrukčních materiálů skýtá v sobě vždy alespoň některé z nosných dílců konstrukce, které jsou kromě ohybových, smykových a normálových účinků namáhány ještě účinky od kroucení. Téměř ve všech případech jde o vzájemné interakce těchto složek s kroučícími účinky. Dosáhnout v konstrukci pouze kroučících účinků je tedy téměř nemožné.

Existuje řada teorií a analýz pro výpočet mezní únosnosti železobetonového prvku namáhaného kroučícími účinky. Jsou založeny na různých přístupech chápání materiálů a použitých postupů pro vlastní numerický výpočet prvku.

### Výroba železobetonových nosníků a zkušebních těles

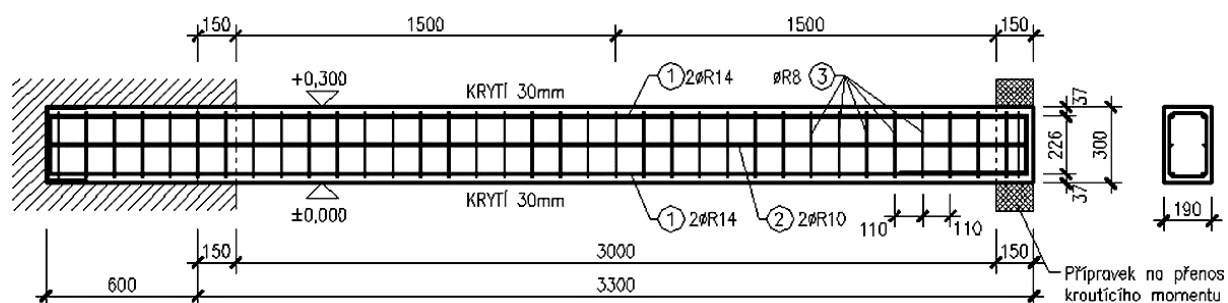
Pro výrobu nosníků byla použita ocelová forma o rozměrech 190x300x3900 mm. Receptura betonové směsi byla navržena na požadovanou třídu betonu s označením C 20/25. Ke každému nosníku byla vyrobena série zkušebních těles (krychle, válce, hranoly) o minimální četnosti šesti vzorků. Z vyrobených zkušebních těles byly získány materiálové charakteristiky použitého betonu. Vyztužení nosníku bylo provedeno běžnou betonářskou výztuží  $\varnothing$  8,10,14 mm řady 10 505 (R). Od každého jmenovitého profilu byly odzkoušeny tři fragmenty pro získání skutečných pracovních diagramů oceli. Schéma nosníku a způsob vyztužení je patrný na obr.1.

---

<sup>1</sup> Ing. Petr Daněk: VUT FAST; Veverí 95, 662 37 Brno, tel.:541 147 492, e-mail: danek.p@fce.vutbr.cz

<sup>2</sup> Ing. Petr Žítt: VUT FAST; Veverí 95, 662 37 Brno tel.:541 147 492; e-mail: zitt.p@fce.vutbr.cz

K analýze porušených ŽB nosníků lze využít celou řadu výpočtových systémů, např. ANSYS, ABAQUS popř. popř. v ČR poměrně značně používaný systém ATENA [3]. Jedná se o výpočtové systémy, které při výpočtech umožňují uvažovat vlivy materiálové, geometrické popř. konstrukční nelinearity.



Obr. 1 Schéma a vyztužení nosníku

### Příprava zatěžovací zkoušky

V rámci příprav zatěžovacích zkoušek nosníků byla pro modelování dokonalého vetknutí jednoho konce nosníků vyrobena ocelová podporová lavice, zatěžovací rám s ocelovým ramenem pro vyvození krouticího momentu a ocelový rám pro sestavení zatěžovacího standu. Na jednom konci nosníku byl osazen přípravek umožňující pootočení nosníku okolo své osy a na druhém konci byla ocelová krabice s částí nosníku usazena do podporové lavice, kterou bylo modelováno vetknutí nosníku.

Zkušební nosníky byly pro sledování případných posunů nosníků ve vetknutí osazeny 2ks indukčnostních snímačů dráhy WA-T/0.5 mm od firmy HBM (v 1/3 a 2/3 vetknutí). Zatížení bylo vnášeno přes hydraulický válec o maximální nosnosti 250 tun rozepřený o zatěžovací rám s ocelovým ramenem. Velikost působící síly byla monitorována pomocí tenzometrického siloměru typu CSP-M-25t. Pootočení na nosníku bylo monitorováno pomocí potenciometrického snímače dráhy, který byl osazen na vnější ocelové trubce přípravku pro pootočení nosníku okolo své osy. Velikost pootočení nosníků byla stanovena z výchylky a známého průměru trubky. Všechny snímače byly připojeny k měřicí ústředně Spider 8. Data byla snímána s ohledem na typ a charakter zatěžovací zkoušky (statická zatěžovací zkouška-frekvence záznamu 10 Hz.)



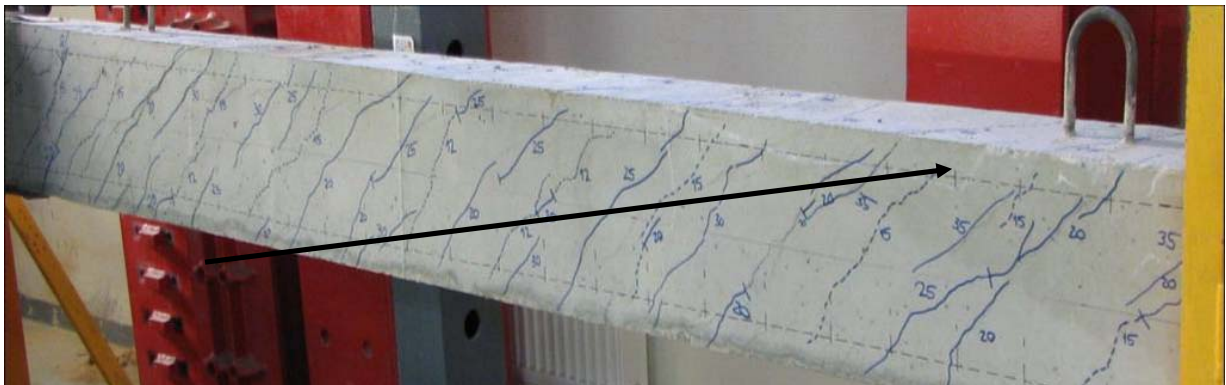
Obr. 2 Vystrojený nosník



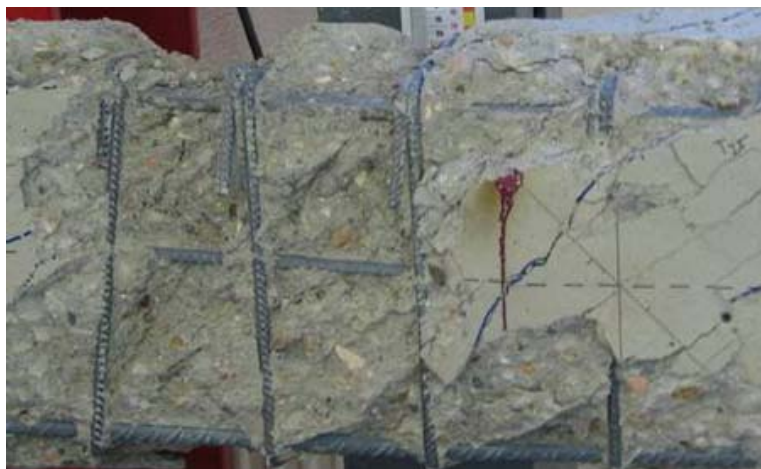
Obr. 3, 4 Zatěžovací rameno, sestavený zatěžovací stand

### Statická zatěžovací zkouška

Při zkouškách byl zvolen zatěžovací krok 5 kN, kterému odpovídá při vyložení ocelového ramene zatěžovacího rámu délky 500 mm vnesený torzní účinek na nosník 2,5 kNm. V každém sledovaném zatěžovacím kroku byly zakreslovány vzniklé trhliny a jejich průběh, včetně měření jejich šířek. Trhliny se na všech zkušebních nosnících začaly projevovat při momentu 5 kNm. Vznik a šíření nových trhlin bylo pozorováno při vneseném torzním momentu okolo 15 kNm, od tohoto zatížení dále dochází k rozšiřování stávajících trhlin až do okamžiku (obrázek 5), kdy dochází k výraznému snížení zatěžovací síly a k extrémnímu nárůstu pootočení až do plného porušení nosníku. U nosníků N1 a N3 byla zkouška přerušena v momentě dosažení mezního torzního momentu. Až do meze porušení byl zatěžován pouze nosník s označením N2, kdy na nosníku došlo k rozevírání třmínkové výztuže v oblasti konečného porušení zkušebního nosníku (obrázek 6, 7).



Obr. 5 Průběh a četnost trhlin na nosníku při dosaženém mezním stavu



Obr. 6, 7 Oblast porušení nosníku s detailem na rozevřený třmínek

### Výsledky statických zkoušek a doprovodných zkoušek použitých materiálů

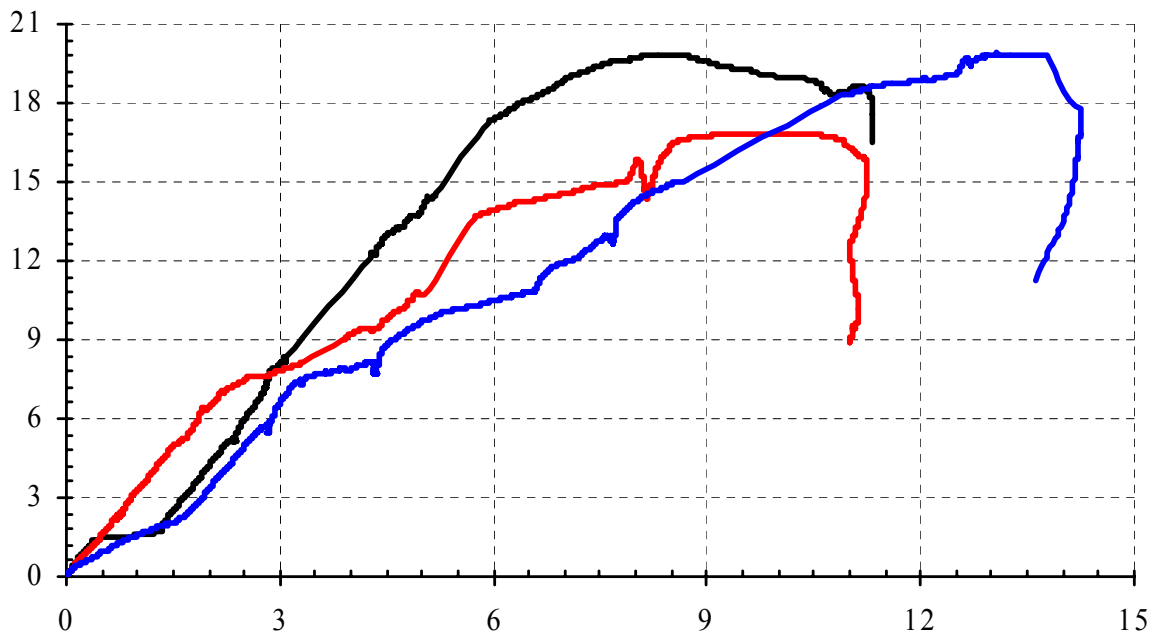
Tělesa pro získání fyzikálně-materiálových charakteristik byly vyrobeny a odzkoušeny shodně s výrobou a odzkoušením ŽB nosníků. Pevnostní parametry betonu byly získány ze zkušebních těles o normových rozměrech (krychle 150x150x150 mm, válec 150x300 mm).

	N 3-1	N 3-2	N 3-3
Pevnost betonu v tlaku $R_c$ [MPa]	41,653	38,660	39,801
Pevnost betonu v tahu $R_t$ [MPa]	2,884	2,744	2,798
Pevnost betonu v tahu byla určena pomocí předpisu CEB-FIP MC90 $R_t = 0.24 \times R_c^{2/3}$			
betonářská výztuž	ØR8	ØR10	ØR14
mez kluzu $\sigma_y$ [MPa]	569,7	675,0	588,3

Tab. 1 Fyzikálně materiálové charakteristiky zkušebních těles

	N 3-1	N 3-2	N 3-3
Mezní únosnost - Experiment [kNm]	19,83	16,89*	19,92
Pootočení - Experiment [rad / 1m]	0,036	0,061*	0,076

Tab. 2 Výsledné hodnoty ze zatěžovacích zkoušek nosníků



Graf. 1 Dráhy zatížení nosníků – závislost pootočení [deg] osa x na příslušném torzním momentu [kNm] osa y

### Teoretický výpočet mezního momentu

Pro teoretický výpočet pro porovnání mezních torzních momentů je použita modifikovaná Rauschova teorie, kterou Rausch prezentoval v rámci své disertační práce roku 1929. Její modifikace byla provedena zavedením součinitele zohledňujícího pružně-plastickou větev betonu v roce 1935 Andersenem a následným upřesněním tohoto součinitele Cowanem. Podstatou této teorie je Saint-Venantův předpoklad závislosti napětí na přetvoření pro obdélníkový průřez.

$$T_{UC} = \alpha \cdot x^2 \cdot y \cdot f_t' + 1.6 \cdot \frac{x_1 \cdot y_1 \cdot A_t \cdot f_{ty}}{s} \quad (1)$$

$\alpha=0,208$ ..... Saint-Venantův součinitel

$x,y / x_1, y_1$ ... rozměry nosníku / osově vzdálenosti podélné výztuže

$f_t$  ..... pevnost betonu v tahu

$A_t$ ..... průřezová plocha 1 třmínku

$f_{ty} / s$  ..... mez kluzu třmínku / vzdálenost třmínků

	N 3-1	N 3-2	N 3-3
Mezní únosnost - Rausch [kNm]	18,65	18,33	18,46

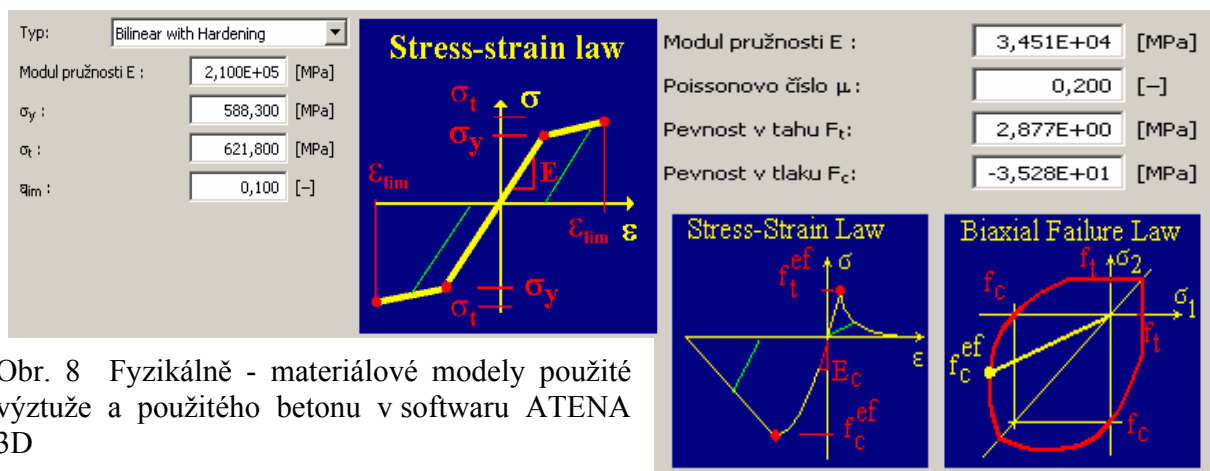
Tab. 3 Hodnoty mezních momentů dle teoretického výpočtu

## Numerická analýza – ATENA 3D

Zejména systém ATENA obsahuje materiálové modely, které velmi dobře vystihují materiálové chování betonu a umožňují tak provádět realistickou simulaci skutečného chování konstrukce. Tyto výpočtové systémy používají k nelineárním analýzám speciální konečné prvky prostorové 3D – SOLID/BRICK a materiálové modely betonu (William & Warnke, SBETA, Microplane model atp.) a betonářské výztuže (bilineární, multilineární, s/bez zpevnění atp.).

Po provedení statických zatěžovacích zkoušek byly jednotlivé zkoušky nosníků typu N3 numericky analyzovány pomocí programového systému ATENA [3]. Jedná se o komfortní výpočtový program, který umožňuje analyzovat ŽB konstrukce. Během výpočtu program např. dovoluje sledovat monitorovaná místa resp. hodnoty sil, posunů, reakcí, napětí, poměrných deformací atp. Na zatěžovacím diagramu lze i během výpočtu sledovat a kontrolovat odezvu konstrukce na předepsanou historii zatěžování. Program umožňuje uživateli použít materiálové modely betonu, které velmi dobře vystihují specifické chování tohoto nehomogenního materiálu a umožňují tak realisticky simulovat skutečné chování konstrukce.

Při analýzách ŽB nosníků byl použit materiálový model betonu SBETA s experimentálně zjištěnými hodnotami modulů pružnosti a krychelných pevností. Tento materiálový model je založen na lomové mechanice betonu v tahu a metodě rozetřených trhlin. Vlastní objektivita řešení je zajištěna využitím kritéria lomové energie betonu a metody pásu trhlin. K modelování betonářské výztuže byl použit bilineární pracovní diagram se zpevněním (obr. 8)

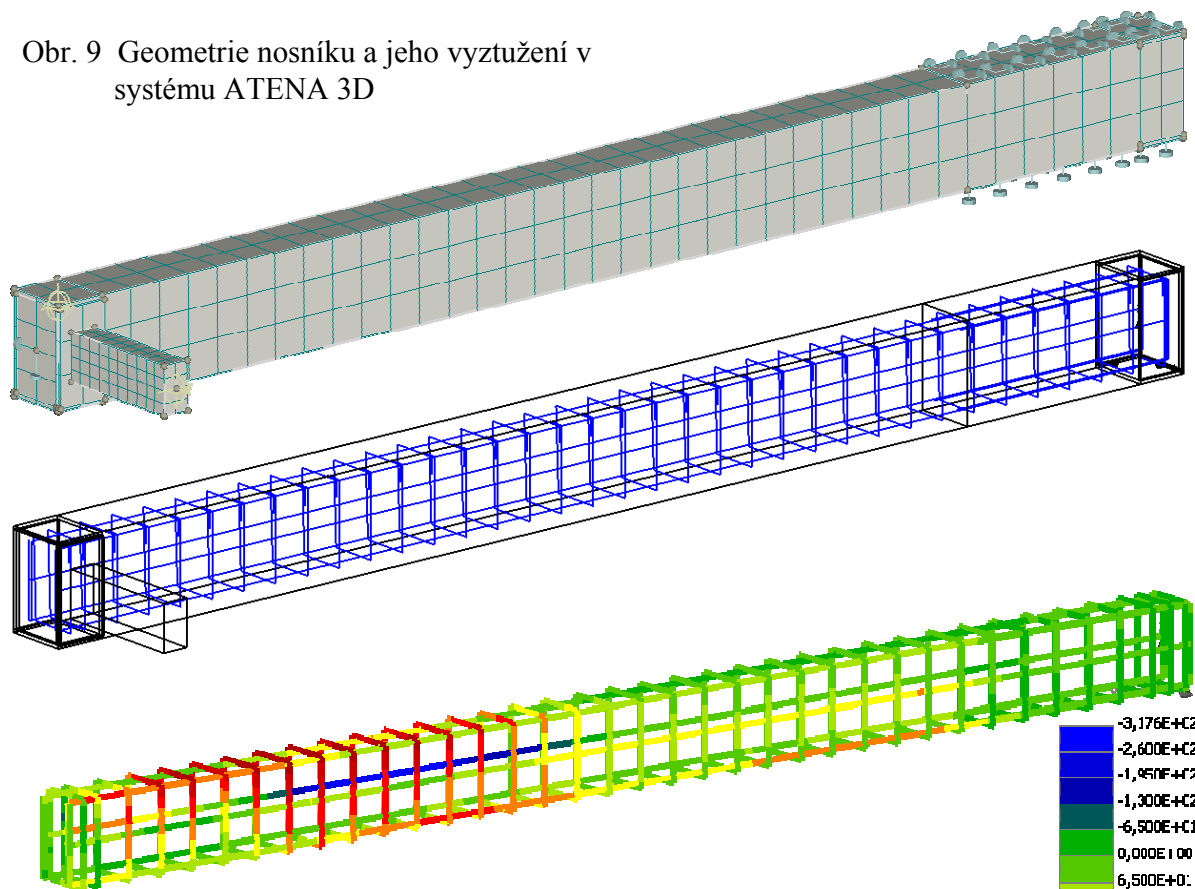


Obr. 8 Fyzikálně - materiálové modely použité výztuže a použitého betonu v softwaru ATENA 3D

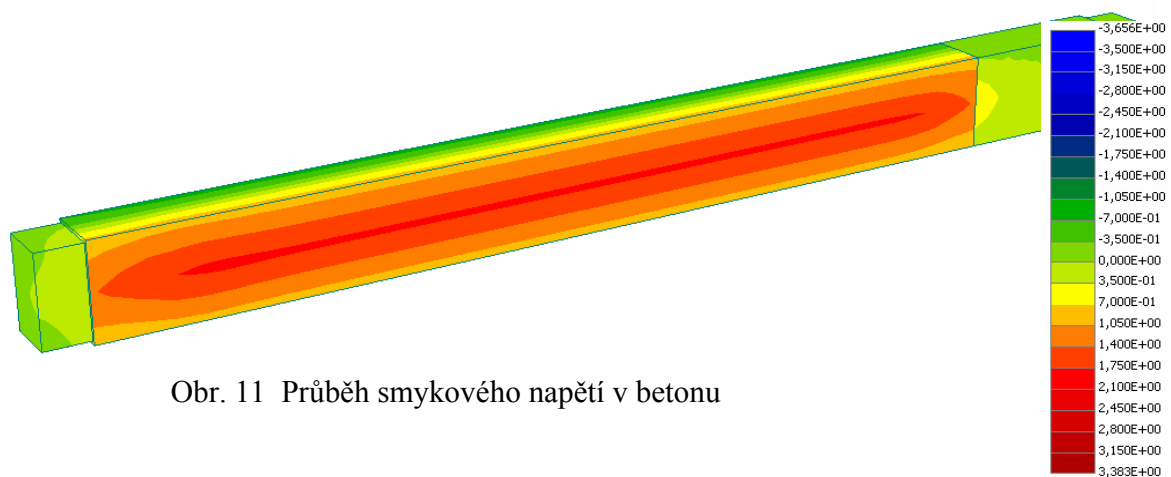
Pro možné porovnání experimentálně zjištěných hodnot sil a velikosti pootočení ve sledovaných bodech jsou v textu uvedeny výsledky numerické nelineární analýzy nosníků typu N3, tab.1. Při modelování chování betonu nosníku N3 pomocí materiálového modelu betonu SBETA byly uvažovány materiálové charakteristiky uvedené na obr.8.

Software ATENA umožňuje zatěžování buď zvoleným příslušným silovým účinkem (bodové zatížení, liniové zatížení, zatížení na plochu) nebo je možné zvolit zatížení předepsanou deformací.

Obr. 9 Geometrie nosníku a jeho vyztužení v systému ATENA 3D



Obr. 10 Průběh napětí ve výztužném armokoši v momentě dosažení pevnosti na mezi kluzu



Obr. 11 Průběh smykového napětí v betonu

## Závěr

Numericky zjištěné síly, při kterých bylo dosaženo mezní únosnosti konstrukce a experimentálně zjištěné síly modifikovanou Rauschovou teorií jsou poměrně v dobré shodě, rozdíl v získaných hodnotách je cca 10%. Poměrně značný rozdíl v pootočení nosníků při vlastním zatěžování může být způsoben různými faktory a to zejména délkou zatěžování jednotlivých nosníků, odlišnostmi při osazování nosníků do zatěžovacího standu, možností nepřesného uložení nosníku v ose otáčení atd.

V souvislosti s provedenými zkouškami těchto kroucených nosníků vznikají v softwarovém systému ATENA 3-D modely přesně popisující chování jednotlivých materiálů použitých na výrobu nosníků. Cílem je získat co nejpřesnější porovnání těchto modelů s provedenými experimentálními zkouškami.

Práce vznikla za podpory grantového projektu GAČR 103/02/P083 a výzkumného záměru JN MSM 261100007.

## Literatura

- [1] ŽÍTT, P. -PĚNČÍK, J. -SCHMID, P. *Experimentální a numerická analýza ŽB nosníků namáhaných na kroucení*. Experiment – významný zdroj poznání a verifikace metod navrhování nosných stavebních konstrukcí, Brno, Česká Republika 14.-15. říjen 2004, ISBN 80-7204-354-4
- [2] PĚNČÍK, J. -SCHMID, P. -DANĚK P. *Experimentální a numerická analýza železobetonových nosníků*. Experimentální analýza napětí, 42<sup>nd</sup> International Conference, Kašperské Hory, Czech Republic, 2004, ISBN 80-239-2964.
- [3] ATENA – Dokumentace k programu ATENA 3D r. 3/2005, Uživatelský a teoretický manuál