

Experimentáln*í* **A**nalýza **N**apět*í* **2005**

EVALUATION OF PLASTIC PROPERTIES OF SHEETS IN PLANE STRESS STATES

HODNOTENIE PLASTICKÝCH VLASTNOSTÍ PLECHOV PRI ROVINNEJ NAPÄTOSTI

František Šimčák¹, František Trebuňa², Juraj Hanušovský³

Correct description of initial plastic behaviour of sheet metals plays a key role for modelling of sheet forming process as well as for assessment of sheet bearing capacity. Due to considerable texture of sheet metals material after cold rolling, the plastic behaviour in plane stress state must be evaluated after theory of plasticity for anisotropic material. Presented paper deals with frequently used conditions of plasticity for sheet metals with plastic anisotropy as well as with experimental determination of initiation of plastic deformation.

Keywords:

Yield criterion, biaxial tensile test, cold rolled sheet, anisotropic material.

Kľúčové slová:

Podmienka plasticity, dvojsová ťahová skúška, za studena valcovaný plech, anizotropny materiál.

Úvod

Identifikácia počiatku plastickej deformácie plechov pri rovinnej napätosti je dôležitá pri lisovaní plechov za studena a pri posudzovaní únosnosti tenkostenných konštrukcií. Rozvoj numerických výpočtových metód a metód matematického modelovania vyžaduje poznať správanie sa plechov pri prechode z pružnej do plastickej oblasti pri rôznych napäťových stavoch [1], [2]. Pri tenkostenných konštrukčných prvkoch vyrobených z plechov lisovaním za studena sa spevnením materiálu zväčšuje oblasť možného zaťaženia materiálu v pružnej oblasti.

Poznanie uvedených javov je dôležité v dôsledku rozširovania použitia plechov s vyššími pevnosťnými vlastnosťami pri výrobe nosných prvkov hlavne v automobilovom priemysle, v stavebníctve a v strojárstve [3,4]. Snahou týchto trendov je znižovať hmotnosť konštrukcií pri zachovaní (alebo dokonca zvyšovaní) ich pevnostných a tuhostných parametrov [5].

¹ Prof. Ing. František Šimčák, CSc.: Katedra aplikovanej mechaniky a mechatroniky, SJF TU v Košiciach, Letná 9, 042 00 Košice, tel.: +421-55-6022458, e-mail: frantisek.simcak@tuke.sk

² Prof. Ing. František Trebuňa, CSc.: Katedra aplikovanej mechaniky a mechatroniky, SJF TU v Košiciach, Letná 9, 042 00 Košice, tel.: +421-55-6022462, e-mail: frantisek.trebuna@tuke.sk

³ Ing. Juraj Hanušovský: Sauer-Danfoss a.s., Kukučínová 2148, 017 01 Považská Bystrica, e-mail: jhanusovsky@sauer-danfoss.com

Cieľom príspevku je poukázať na možnosti analytického a experimentálneho určovania podmienok počiatku plastickej deformácie za studena valcovaných plechov pri rovinnej napätosti. V dôsledku výraznej textúry materiálu plechov po valcovaní za studena je pre hodnotenie ich plastických vlastností nevyhnutné použiť teóriu anizotropných materiálov [6].

Podmienky plastickej anizotropných materiálov

Podmienku definujúcu počiatok plastickej deformácie anizotropných materiálov môžeme vyjadriť v tvare [6]

$$f(\sigma_{ij}, M_{ijkl}) = 0 \quad (1)$$

pričom σ_{ij} sú zložky tenzora napätosti a M_{ijkl} je tenzor plastickej anizotropie materiálu.

Ak je vzťah (1) splnený, začína plastickej deformácia materiálu. Pretože tenzor M_{ijkl} má pätnásť nezávislých zložiek, funkcia f môže byť považovaná za pätnásťparametrickú funkciu v šesťrozmernom priestore napätí. Zložky tenzora M_{ijkl} závisia od plastickej anizotropie materiálu v bode, kde začína plastickej deformácia. Vo všeobecnom prípade môže byť podmienka plastickej deformácie definovaná viacerými funkciami pričom počiatok plastickej deformácie nastáva, ak túto podmienku spĺňa aspoň jedna funkcia.

Keďže hydrostatický tlak má zanedbateľný vplyv na plastickej deformáciu materiálu, počiatok plastickej deformácie závisí od druhého a tretieho invariantu deviátora napätosti. Ak je zvyšovanie napätia v materiáli pomalé, počiatok plastickej deformácie materiálu nezávisí od tretieho invariantu deviátora napätosti [6], takže vzťah (1) môžeme napísať v tvare kvadratickej funkcie tenzora napätosti

$$f(\sigma_{ij}, M_{ijkl}) = \sigma_{ij} M_{ijkl} \sigma_{kl} - k^2 = 0, \quad (2)$$

kde k je materiálová konštanta.

Materiál plechov valcovaných za studena vykazuje pri plastickej deformácii plastickej ortotropiu, pričom hlavné osi ortotropie ležia v rovine plechu v smere a kolmo na smer valcovania. V posledných desaťročiach bolo navrhnutých mnoho variantov analytického určovania podmienok počiatku plastickej deformácie plechov pri rovinnej napätosti. V ďalšom uvedieme niektoré najdôležitejšie, pričom podrobnejší rozbor tejto problematiky je napr. v [7].

Hill [8] navrhol zovšeobecnenú kvadratickú podmienku plastickej pre anizotropný materiál, pričom vychádzal z klasickej podmienky Huber-Mises-Hencky (HMH). Uvažoval pritom ortotropný tuhoplastický materiál s troma navzájom kolmými rovinami symetrie.

Ak sa osi x, y, z stotožnia s hlavnými osami ortotropie, podmienku plastickej môžeme podľa Hilla vyjadriť v tvare

$$F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 = 1. \quad (3)$$

Koeficienty F, G, H, L, N, M sú parametrami anizotropie materiálu. Ak v rovnici (3) položíme $L = M = N = 3F = 3G = 3H$, $2F = 1/\sigma_k^2$, Hillová rovnica sa zjednoduší na HMH podmienku plastickej pre izotropný materiál. Ak sa uvažuje rovinná napätosť ($\sigma_z = \tau_{zx} = \tau_{zy} = 0$) Hillová podmienka (3) pre hlavné napätia $\sigma_1 = \sigma_x, \sigma_2 = \sigma_y$ nadobudne tvar

$$(G + H)\sigma_1^2 - 2H\sigma_1\sigma_2 + (F + H)\sigma_2^2 = 1. \quad (4)$$

Ak pri aplikácii podmienky (4) na plechy valcované za studena nahradíme koeficienty F, G a H koeficientmi normálovej anizotropie $r_x = r_0, r_y = r_{90}$ môžeme písať

$$\sigma_1^2 - \frac{2r_0}{1+r_0}\sigma_1\sigma_2 + \frac{1+r_{90}}{1+r_0}\frac{r_0}{r_{90}}\sigma_2^2 = \sigma_{k0}^2 = \frac{1+r_{90}}{1+r_0}\frac{r_0}{r_{90}}\sigma_{k90}^2. \quad (5)$$

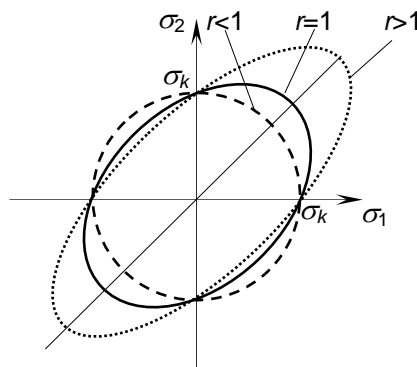
pričom indexy 0 a 90 udávajú smery 0° a 90° v rovine plechu voči smeru valcovania.

Výhodou Hillovej podmienky je, že je zrozumiteľná a jednoducho aplikovateľná. To vysvetľuje jej široké použitie v praxi, najmä v modeloch MKP. Táto podmienka potrebuje len niekoľko parametrov mechanických vlastností pre definovanie funkcie plasticity. Pre rovinnú napätosť sú postačujúce tri parametre, buď koeficienty normálovej anizotropie r_0, r_{90} a medza klzu σ_{k90} plechu kolmo na smer valcovania, alebo už spomínané koeficienty normálovej anizotropie r_0, r_{90} a medza klzu σ_{k0} v smere valcovania. V praxi sa tieto parametre získavajú pri jednoosovej skúške.

Hosford a Backofen [9] rozvinuli Hillovú teóriu plasticity. Na rozdiel od Hilla zjednodušili vzťah (4) pre podmienku plasticity tým, že v rovine plechu predpokladali izotropiu mechanických vlastností (plošná izotropia) a brali do úvahy len anizotropiu, ktorá vyjadruje rozdiely medzi deformáciami v smere hrúbky plechu (normálová anizotropia). V tejto teórii sa vyžaduje len jeden parameter anizotropie r , pričom sa predpokladá $r = r_0 = r_{90}$. Pri rovinnej napätosti, kde sa uvažuje $\sigma_3 = 0$, má podmienka (5) tvar

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2\frac{2r}{r+1} = \sigma_k^2. \quad (6)$$

Vzťah (6) odpovedá rovnici elipsy a pre $r=1$ sa redukuje na HMH krivku plasticity pre izotropné materiály. Hodnoty r , odlišné od hodnoty 1, sa prejavujú predĺžením, resp. skrátením hlavnej osi elipsy (obr.1).



Obr.1 Vplyv koeficienta r na Hosford-Backofenovú krivku plasticity

Teória plasticity anizotropných materiálov podľa Hilla, ani jej zjednodušená forma podľa Hosforda a Backofena, nemôžu presne kvantitatívne vystihnúť pomery pri plastickej deformácii plechov. Uplatňujú sa však najmä pri kvalitatívnom posúdení deformácie materiálov s plasticou anizotropiou [10]. S cieľom spresniť popis podmienok pre prechod materiálov s plasticou anizotropiou z pružnej do pružneplastickej oblasti boli v poslednom období rozvíjané nekvadratické podmienky plasticity.

Gotoh [11] definoval podmienku plasticity, ktorá má napät'ové členy až v štvrtej mocnine (bikvadratická podmienka), takže na jej riešenie je nutné použiť numerické metódy. Podmienka je formulovaná v tvare

$$A_1\sigma_x^4 + A_2\sigma_x^3\sigma_y + A_3\sigma_x^2\sigma_y^2 + A_4\sigma_x\sigma_y^3 + A_5\sigma_y^4 + (A_6\sigma_x^2 + A_7\sigma_x\sigma_y + A_8\sigma_y^2)\tau_{xy}^2 + A_9\tau_{xy}^4 = \sigma_{k0}^4. \quad (7)$$

Ak pre koeficient A_1 predpokladáme $A_1 = 1$, koeficienty A_2 až A_5 sú určené vzťahmi

$$A_2 = -\frac{4r_0}{1+r_0}, \quad A_3 = \left(\frac{\sigma_{k0}}{\sigma_{k90}}\right)^4, \quad A_4 = -\frac{4A_5r_{90}}{1+r_{90}}, \quad A_5 = (\sigma_{bi}/\sigma_{k0})^4 - (A_1 + A_2 + A_4 + A_5), \quad (8)$$

pričom σ_{bi} je napätie určujúce počiatok plastickej deformácie materiálu plechu pri izotropnej napätosti ($\sigma_1 = \sigma_2$).

Pre určenie koeficientov A_6 až A_9 je potrebné poznať hodnoty r a medze klzu v smere 45° a v smere buď $22,5^\circ$ alebo $67,5^\circ$ voči smeru valcovania plechu. Detailné postupy na získanie požadovaných koeficientov môžeme nájsť napr. v [12].

Hill [13] v roku 1990 ponúkol alternatívny spôsob zapracovania šmykového napätia do podmienky plastickej pre anizotropne materiály vzťahom

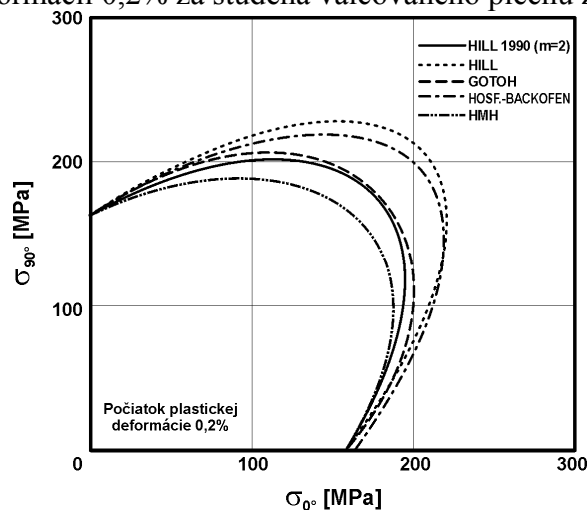
$$\begin{aligned} & (\sigma_x + \sigma_y)^m + (\sigma_{bi}^m / \tau^m) \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 \}^{m/2} + \\ & + (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\tau_{xy}^2)^{(m/2)-1} \{ -2a(\sigma_x^2 - \sigma_y^2) + b(\sigma_x - \sigma_y)^2 \} = (2\sigma_{bi})^m, \end{aligned} \quad (9)$$

kde

$$\begin{aligned} a &= \{ (2\sigma_{bi} / \sigma_{k90})^m - (2\sigma_{bi} / \sigma_{k0})^m \} / 4, \\ b &= \{ (2\sigma_{bi} / \sigma_{k0})^m + (2\sigma_{bi} / \sigma_{k90})^m \} / 2 - (2\sigma_{bi} / \sigma_{k45})^m, \quad \tau^m = \sigma_{bi}^m / [(2\sigma_{bi} / \sigma_{k45})^m - 1], \end{aligned}$$

pričom z podmienky konvexnosti platí $m > 1$. Ak $\sigma_{bi} = \sigma_{k0} = \sigma_{k90} = \sigma_{k45}$ a $m = 2$, podmienka sa redukuje na HMM podmienku plastickej.

Na obr.2 sú znázornené rôzne tvary kriviek pre jednotlivé podmienky plastickej pri pomernej plastickej deformácii 0,2% za studena valcovaného plechu z IF ocele [7].



Obr.2 Analyticky určené krivky plastickej pre plech valcovaný za studena z IF ocele

Experimentálne určovanie počiatku plastickej deformácie krížovou skúškou

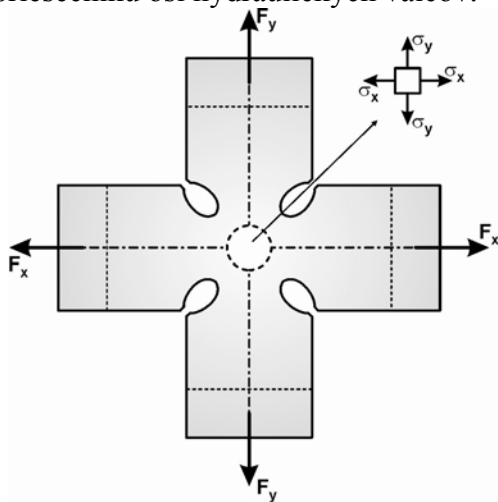
V posledných desaťročiach boli vyvinuté rôzne skúšobné metódy a postupy pre skúmanie pružných a plastickej vlastností plechov pri rovinnnej napätosti (Bulge test, rúrka namáhaná vnútorným pretlakom a axiálnou silou, dosky rozličných pôdorysných tvarov zaťažené v strednicovej rovine a pod.).

Najvšestrannejšia metóda experimentálneho určovania počiatku plastickej deformácie plechov pri rovinnej napätosti spočíva v dvojsovom namáhaní krížových vzoriek [15, 16]. Krížové vzorky sú najčastejšie vyrobené z plechu tak, že hrúbka vzorky je určená hrúbkou plechu. Vzorky sú namáhané silami F_x, F_y (obr.3), pričom v určitej oblasti stredovej časti vzorky sa predpokladá homogénna rovinná napätosť, určená napätiami σ_x, σ_y . Požadovaný pomer napätí σ_x/σ_y sa dosiahne vhodnou kombináciou zaťažujúcich síl F_x a F_y .

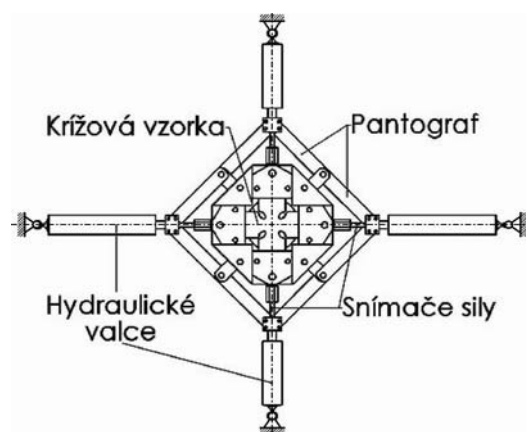
Hodnoty zaťažujúcich síl sú určované najčastejšie využitím tenzometrických meracích metód [17, 18]. Pre určovanie počiatku plastickej deformácie sa využívajú rôzne postupy využívajúce napr.:

- Joule-Thompsonov efekt spôsobujúci zmenu teploty materiálu pri prechode do plastickej oblasti [15],
- bezkontaktné meranie deformácií videoextenzometrom [18, 19],
- meranie deformácií pomocou tenzometrických snímačov [16],
- meranie deformácií pomocou kontaktných biaxiálnych extenzometrov [20].

Pre hodnotenie správania sa plechov pri rovinnej napätosti sa na TU v Košiciach využíva hydraulické zariadenie pre dvojsové zaťažovanie krížových vzoriek [18]. Zariadenie bolo doplnené pantografickým mechanizmom podľa [16], ktorý zabezpečuje rovnaký posuv protíahlych piestov (obr.4), takže stred krížovej vzorky je počas dvojsovej skúšky fixovaný v priesečníku osí hydraulických valcov.



Obr.3 Zaťažovanie krížovej vzorky pri dvojsovej skúške



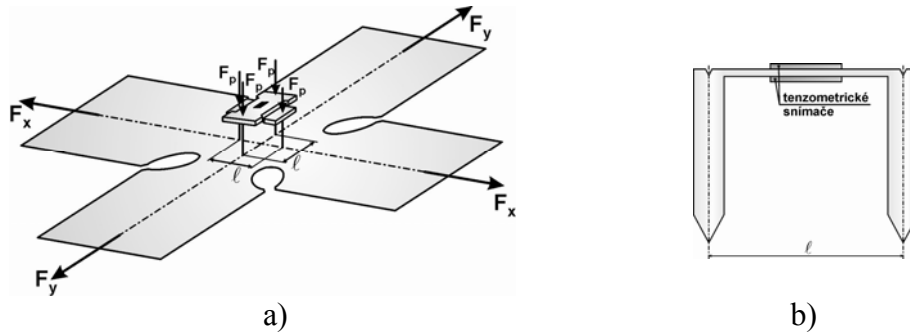
Obr.4 Hydraulické zaťažovacie zariadenie s pantografom pre dvojsové skúšky

Regulačný systém hydraulického obvodu umožňuje nastavenie ľubovoľného pomeru zaťažujúcich síl F_x/F_y . Snímače sily umiestnené v tiahloch boli osadené tenzometrami zvyšujúcimi ich citlivosť o 30 %, pričom snímanie priebehov zaťažujúcich síl je realizované pomocou dynamickej tenzometrickej aparatúry SPIDER.

Pre meranie pomerných deformácií v stredovej časti krížovej vzorky bol vyrobený biaxiálny kontaktný extenzometer (obr.5a). Pozostáva z dvoch dynamometrov (obr.5b), pričom každý z nich je osadený štyrmi tenzometrickými snímačmi zapojenými s vylúčením vplyvu ťahu a teploty. Dynamometre sú pritláčané na plech hrotmi vo vzdialenosti ℓ , ktorá je určená veľkosťou stredovej oblasti vzorky s homogénnou napätosťou a deformáciou (obr.4).

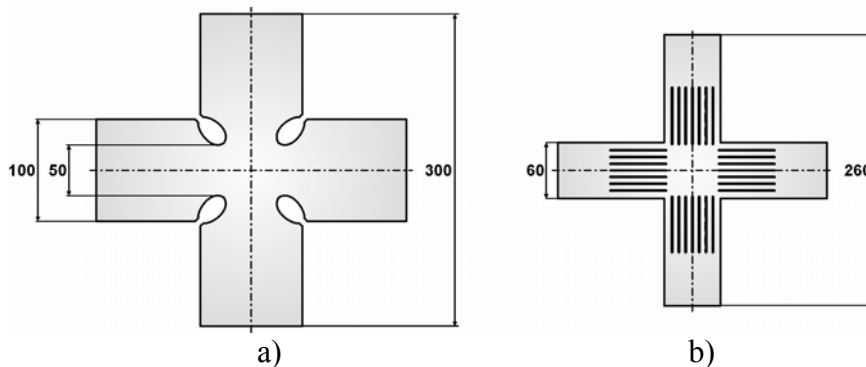
Pre skúšky dvojsovým ťahom sú používané krížové vzorky. Najčastejšie používané typy krížových vzoriek sú uvedené na obr.6 [15,16]. Krížová vzorka na obr.6a [15] je s vrubmi bez

zárezov v ramenách. Jej výhodou je, že nedochádza k porušeniu ramien vzoriek počas skúšky, plastická deformácia je koncentrovaná v stredovej oblasti, kde je možné dosiahnuť rovnomernú plastickú deformáciu do 6 – 8 % [15].



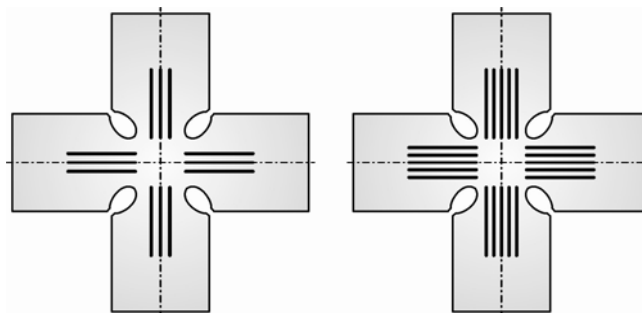
Obr.5 Biaxiálny kontaktný extenzometer pre meranie pomerných deformácií krížovej vzorky

Nevýhodou tohoto tvaru krížovej vzorky je nejednoznačnosť pri určovaní hodnôt napätí σ_x, σ_y v stredovej časti vzorky. Krížová vzorka na obr.6b [16] je so zárezmi v ramenách vzorky. Výhoda tohto typu krížovej vzorky spočíva v tom, že pozdĺžne zárezy v ramenách vzorky zlepšujú rovnomernosť zaťaženia stredovej oblasti (vylučujú ohyb a šmyk v rovine plechu) a jednoznačnejšie obmedzujú účinnú prierezovú plochu plechu v stredovej oblasti pre určenie napätí σ_x, σ_y . Nevýhoda spočíva v nižšej hodnote dosiahnuteľnej rovnomernej plastickej deformácie v stredovej časti vzorky pred jej porušením (do 3 %).



Obr.6 Najpoužívanejšie typy krížových vzoriek

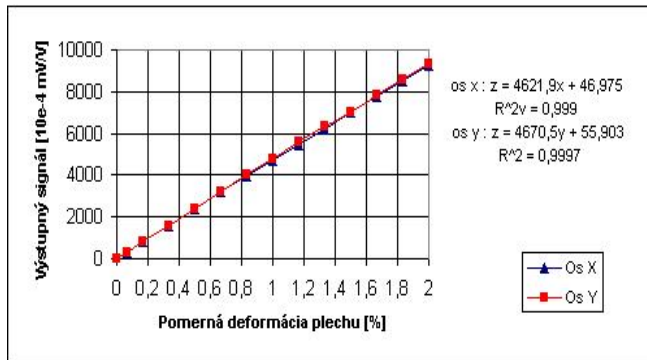
S cieľom určiť optimálnu vzdialenosť ℓ hrotov dynamometrov bol realizovaný modelový výpočet rozloženia napätí a deformácií vo vzorkách použitím MKP. Výpočet bol realizovaný pre klasické krížové vzorky podľa obr.6, aj pre vzorky podľa obr.7. Jedná sa o vzorky typu 6a, s tromi, resp. piatimi zárezmi v ramenách.



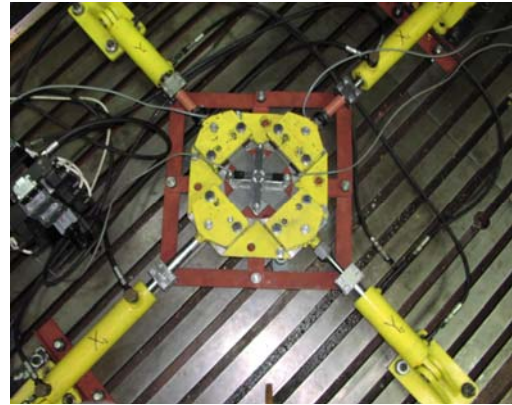
Obr.7 Krížové vzorky s pozdĺžnymi zárezmi v ramenách

Pri všetkých typoch vzoriek bola v centrickej kruhovej stredovej oblasti s priemerom $d = 30$ mm identifikovaná kvázihomogénna napätosť a deformácia, v dôsledku čoho bola zvolená vzdialenosť hrotov $\ell = 30$ mm.

Na obr. 8 je ciachovacia krivka extenzometra. Z priebehu vyplýva, že extenzometrom je možné registrovať pomerné deformácie v rozsahu $0,05 \div 2,0\%$. V skutočnosti je, vzhľadom na materiál použitý pri výrobe dynamometrov, možné extenzometrom zaznamenať pomerné deformácie do 5%, avšak s ohľadom na možnosť výskytu dynamických javov počas skúšky (napr. predčasné porušenie vzorky) bol rozsah meraných pomerných deformácií ohraničený zhora na 2%.



Obr.8 Ciachovacie krivky extenzometra v smere osi x, y



Obr.9 Hydraulické skúšobné zariadenie s extenzometrom

Pohľad na hydraulické skúšobné zariadenie s inštalovaným extenzometrom na krížovej vzorke je na obr.9.

Záver

Hodnotenie plastických vlastností plechov pri rovinnej napätosti je možné realizovať analytickými alebo experimentálnymi metódami. Vzhľadom na výraznú textúru plechov valcovaných za studena je pre hodnotenie ich plastických vlastností potrebné použiť teóriu anizotropných materiálov. V príspevku sú prezentované základné postupy analytického určovania počiatku plastickej deformácie plechov pri rovinnej napätosti. Pre experimentálne hodnotenie plastických vlastností plechov sa využíva hydraulické skúšobné zariadenie, ktoré bolo doplnené pantografickým mechanizmom zabezpečujúcim synchronný posuv ťahiel a stabilizáciu stredu krížovej vzorky počas skúšky. Pre meranie pomerných deformácií v stredovej časti vzorky bol navrhnutý, vyrobený a overený biaxiálny kontaktný extenzometer. Merania ukázali, že použiteľnosť extenzometra pri zachovaní linearit je v rozsahu pomerných deformácií 0,05% až 2,0 %.

Literatúra

- [1] Berner, K., Engl, B., Müller, U., Steinigen, V., Till, E.: Anwendung von Werkstoffmodellen. Stahl und Eisen, 116, 1996, č. 5, 51-57.
- [2] Spišák, E.: Matematické modelovanie a simulácia technologických procesov – ťahanie. TYPOPRESS Košice, 2000, 157.
- [3] Šimčák, F.: Možnosti využitia nových ocelí v tenkostenných nosných konštrukciách. Acta Mechanica Slovaca, 6, Sjf TU Košice, 2, 2002, 109-114.
- [4] Kvačkaj, T., Pokorný, J.: Autobody sheets for a new car generation. Metalurgija, 41, 2002, 1, 37-42.
- [5] Šimčák, F.: Inovačné trendy pri zvyšovaní únosnosti karosérií automobilov. Acta Mechanica Slovaca, 1, 2003, 13-24.
- [6] Gambin, W.: Plasticity and Textures. Kluwer Academic Publisher, Dordrecht, 2001, 240.

- [7] Hanušovský, J., Šimčák, F.: The progress of yield criteria for anisotropic sheet metals. *Acta Mechanica Slovaca*, 1, 2005, 57- 68.
- [8] Hill, R.: *Mathematical theory of plasticity*. GITTL, Moskva, 1956.
- [9] Hosford, W. F., Duncan, J.L.: Sheet metal Forming: A Review (1999) *Journal JOM*, 51 (11) 39-44.
- [10] Barlat, F., Banabic, D., Cazacu, O.: Anisotropy in sheet metals. *Numisheet 2002*.
- [11] Gotoh, M.: A theory of plastic anisotropy based on a yield function of fourth order. *Int. J. Mech. Sci.*, 19(1977), 505-520.
- [12] Cazacu, O., Barlat, F.: Application of the theory of representation to describe yielding of anisotropic aluminum alloys. *International Journal of Engineering Science* 41 (2003) 1367–1385.
- [13] Banabic, D. et al.: *Formability of Metallic Materials*. Springer, Berlin-Heidelberg, 2000.
- [14] Kuroda, M., Tvergaard, V.: Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria. *International Journal of Solids and Structures*, 37 (2000), 5037-5059.
- [15] Müller, V., Pöhlandt, K.: Richtungsabhängiges Verhalten von Blechen in Kreuzzugversuch. *Blech Rohre Profile*, 1997, 3, 43-45.
- [16] Kuwabara, T., Satoshi, I., Kuroda, K.: Measurement and analysis of differential work hardening in cold-rolled steel sheet under biaxial tension. *Journal of Materials Processing Technology*, 80-81, 1998, 517-523.
- [17] Trebuňa, F., Ritok, J., Jurica, V.: Možnosti využitia metód analýzy deformácií a napätí pre hodnotenie úžitkových vlastností plechov. *Acta Mechanica Slovaca*, 3, 2000, 21-36.
- [18] Šimčák, F., Pešek, L., Hanušovský, J., Gazdag, Š., Ritok, J.: Determination of yield conditions in thin sheets. *EAN 2004, Kašperské hory, ČR*.
- [19] Pešek, L.: Videoextensometry – application in materials research. In *Development of materials science in research and education. (DMS-RE 2003-13. joint seminar)*, s. 59-60, 15.-19.9.2003, Račkova dolina.
- [20] Makinde, A., Thibodeau, L., Neale, K.W., Lefebvre, D.: Design of a Biaxial Extensometer for Measuring Strains in Cruciform specimens. *Experimental mechanics*, June 1992, 132-137.