

ANALÝZA EXPERIMENTŮ SAMOBUZENÝCH OSCILACÍ TENKOSTĚNNÉ ELASTICKÉ TRUBICE

ANALYSIS EXPERIMENT OF THE SELF-EXCITED OSCILLATION OF THE THIN-WALLED ELASTIC TUBE

Hynek CHLUP¹, František MARŠÍK², Svatava KONVIČKOVÁ¹

Abstrakt

Příspěvek se zabývá experimentálním a teoretickým rozбором samobuzeného kmitání tenkostěnné elastické trubice. Pro sledování tohoto děje byla navržena a vybudována experimentální linka. Okruh se skládá z experimentální komory, soustavy ustalovacích komor, ventilů pro regulaci průtoku kapaliny. Tok kapaliny okruhem je kontinuální. V experimentální komoře je na axiálně posuvných trnech uchycen sledovaný vzorek. Trny jsou osazeny tlakovými snímači. Jako kapalina protékající okruhem byla použita destilovaná voda. Průtok kapaliny linkou byl měřen objemovou metodou. Bylo naladěno několik režimů samobuzených oscilací latexové tenkostěnné trubice a detekovány dominantní frekvence kmitání vzorku. Z první harmonické frekvence a ze stanovené vlnové délky stojaté vlny byla vypočtena rychlost toku kapaliny vzorkem pro daný režim oscilace. Byl nalezen vztah pro výpočet efektivního příčného průřezu trubice během kmitání. Z podmínky pro vznik samobuzených oscilací byla vypočtena rychlost šíření pulzní vlny. Materiálové vlastnosti vzorku byly odvozeny z konstitutivní rovnice pro elastickou trubici naplněnou kapalinou uvažovanou jako celek a z podmínky samobuzených oscilací. Navržený vztah bude ověřen četnými experimenty. Pochopení tohoto principu by bylo přínosem pro diagnostiku stavu lidských cév. .

Klíčová slova: biomechanika, samobuzené kmitání, tenkostěnná elastická trubice.

Abstract

This article focuses on experimental and theoretical analysis of the self-excited oscillation of the thin-walled elastic tube. An experimental line was designed for monitoring this phenomenon. The line consisted of experimental chamber, stilling chambers and regulation valves. The tube specimen is attached in the experimental chamber to axially adjustable pins equipped with pressure sensors. The fluid flow is continual and distilled water is used as fluid. Fluid flow was measured by the volume method. Several modes of self-excited oscillations of a latex tube were tuned up and the dominant frequencies of oscillations were detected. For each mode of oscillation, the fluid flow velocity was calculated from the first harmonic frequency and from the wave length of the standing wave. An equation for calculation of the effective cross-section of the tube was estimated. The pulse wave velocity was calculated using condition for self-excited oscillations. Material properties of the specimen were derived from the constitutive equation for the elastic tube filled with fluid considered as unit and from the condition for self-excited oscillations. The relation will be verified by numerous experiments. Understanding the principal of the self-excited oscillation could be a contribution for diagnosis of human blood vessel health.

Key words: biomechanics, self-excited oscillation, thin-walled elastic tube.

¹ Ing. Hynek CHLUP, prof. Ing. Svatava KONVIČKOVÁ, CSc., Czech Technical University in Prague, Faculty of Mechanical Engineering, Department of Mechanics, Biomechanics and Mechatronics, chlup@seznam.cz, svatava.konvickova@fs.cvut.cz

² prof. Ing. František MARŠÍK, DrSc., Academy of Sciences of the Czech Republic, Institut of Thermomechanics, Prague, marsik@it.cas.cz

Lektoroval: prof. Ing. František ŠIMČÁK, CSc., KAMaM, SJF TU v Košiciach, frantisek.simcak@tuke.sk

ÚVOD

Tato práce se věnuje studiu samobuzeného kmitání tenkostěnných elastických trubic vlivem průtoku kontinuálního toku kapaliny. Popsaný experiment byl navržen především pro uplatnění při zkoumání a pochopení podobných jevů objevujících se v srdečně cévním systému člověka. Naším cílem bylo sestavit experimentální zařízení, které by umožnilo ověření matematických modelů nejprve měřením charakteristik samobuzeného kmitání tenkostěnných latexových trubic, v budoucnu snad na vzorcích cév. Problém proudění kapaliny v elastické trubici se zabývá řada autorů z nichž uvádíme alespoň (Shapiro, Fung, Grotberg, S. Hayashi, ...).

Nejznámějším jevem způsobeným samobuzenými kmity v kardiovaskulárním systému jsou tzv. Korotkovovy zvuky [7]. Vydává je pažní tepna po částečném uvolnění škrtící manžety při běžném měření tlaku. Danahy a Ronan popsali v roce 1974 další jev: hučení nebo bzukot mozkových vén. Tento jev má původ v kmitání krční žíly, která se zhroutila v důsledku nízkého hydrostatického tlaku. Také kmitání koronárních cév bylo sledováno během chirurgických operací srdce [9]. Studiu samobuzených kmitů je velmi blízká i problematika kolapsu elastických trubic. Pravděpodobně toto borcení cév vyvolané průtokem krve hraje roli v autoregulaci dodávky krve k mnoha vnitřním orgánům. Na druhou stranu ale kolaps cév, v nichž je aterosklerotický plak může způsobit prasknutí, uvolnění nebo jiné mechanické poškození plaku, s následným ucpáním cévy a vážnými následky [1, 6]. Obecně zmenšením průřezu trubice, kterou protéká kapalina, dojde k lokálnímu zvýšení rychlosti tekutiny a podle Bernoulliho zákona dochází k dalšímu poklesu vnitřního tlaku tekutiny v trubici. Následkem je další zúžení elastické trubice. Tento princip může vést až ke kolapsu tenkostěnné trubice.

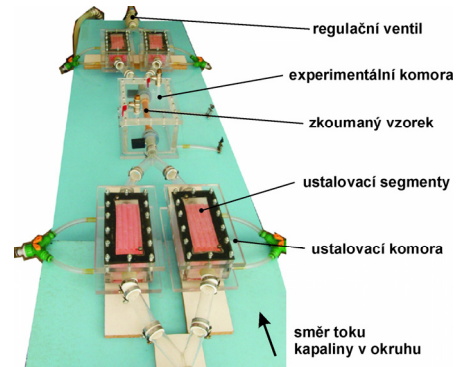
POPIS MATERIÁLOVÝCH VLASTNOSTÍ PROUDÍCÍ TEKUTINY A ELASTICKÝCH TRUBIC

Při experimentech simulujících kardiovaskulární systém se používá několik typů tekutin nahrazujících krev. Nejběžnější tekutinou je voda. Při takových experimentech se kapalina (krev) považuje za nestlačitelnou newtonskou tekutinu s konstantní viskozitou μ a hustotou ρ . Ve skutečnosti je krev tzv. tixotropní tekutina; její viskozita roste s klesající rychlostí deformace. Na viskozitu krve má vliv i hodnota hematokritu, což je objemový podíl krevních částic k celkovému objemu krve. Čím vyšší je hematokrit v krvi, tím větší je rozdíl hodnot viskozity při pomalém a rychlém pohybu. Ve většině literatury se akceptuje možnost simulovat krev ve velkých cévách newtonskou kapalinou. Jinou, dražší ale moderní možností je při experimentech použití tzv. magnetoreologických tekutin. To jsou suspenze mikročástic, které se dají zmagnetizovat. Reologické vlastnosti těchto tekutin je možné opakovaně měnit v závislosti na koncentraci, velikosti a tvaru mikročástic. Vzorky tenkostěnné trubice s níž jsme pracovali mají vnitřní průměr 14 mm. Považujeme tedy použití vody jako kapaliny za přijatelné. Požadavkem bylo, aby se k experimentům použité tenkostěnné trubice svými elastickými vlastnostmi přiblížily vlastnostem lidských cév. Z těchto důvodů porovnáme fyziologické vlastnosti lidských cév s vlastnostmi trubic použitých při experimentu. Průměrná tloušťka cévní stěny aorty o průměru 20 mm se pohybuje v rozmezí 0,8 až 1,8 mm, u psa okolo 0,7 mm (vnitřní průměr aorty cca 7mm). Je známo, že poměr tloušťky stěny ku průměru cévy se u lidí pohybuje v rozmezí od 0,03 u mladých jedinců, do 0,1 u starých lidí. Také platí, že čím je céva blíže k srdci, tím je tento poměr nižší [10].

V experimentu použité vzorky elastických latexových trubic měly při vnitřním průměru 14 mm tloušťku stěny 0,8, 1 a 1,2 mm. Předpokládáme-li, že pro účely studia samobuzených kmitů je směrodatný poměr tloušťky stěny ku průměru trubice, uvedená elastická latexová trubice tyto podmínky splňuje.

EXPERIMENTÁLNÍ ZAŘÍZENÍ

Byla navržena a zkonstruována experimentální trať pro sledování samobuzených oscilací elastických trubíc (obr.1). Tekutina (prozatím destilovaná voda) je čerpána do okruhu z nádrže hydrodynamickým čerpadlem. Množství dodávané kapaliny do okruhu je možné regulovat ventilem na výtlaku čerpadla. Za ventilem proud kapaliny prochází ustalovacími komorami, ve kterých dojde k rozvětvení proudu kapaliny do ustalovacích segmentů. Kapalina pokračuje dále do zkoumaného vzorku tenkostěnné elastické latexové trubice. Vzorek je umístěn v experimentální komoře a je uchycen na axiálně posuvných trnech. Trny jsou osazeny tlakovými senzory a umožňují nastavit požadované axiální předpětí elastické trubice. Za experimentální komorou jsou zařazeny opět ustalovací komory s ustalovacími segmenty. Zpět do nádrže se kapalina vrací přes regulační ventil. Ustalovací komory v okruhu slouží k odstínění experimentální komory se vzorkem od nežádoucích rušivých jevů odehrávajících se v kapalině v přívodní a odpadní větvi (před a za experimentální komorou).



Obr.1 Experimentální zařízení

EXPERIMENTÁLNÍ VÝSLEDKY

Měření probíhalo zatím na třech elastických latexových trubících ze stejného materiálu vyrobených na zakázku. Vnitřní průměr trubíc byl 14 mm a tloušťka stěny jednotlivých vzorků byla 0,8 mm, 1 mm a 1,2 mm. Trubice byly uchyceny na axiálně posuvných trnech a předepjaty o 25% své počáteční klidové délky. Vzorky byly uchyceny na trnech tak aby nedošlo k jejich deformaci v obvodovém směru (zkroucení). Souhrou regulačního ventilu a ventilu na čerpadle byl zvyšován průtok tak, aby se frekvence samobuzených oscilací pohybovala mezi lehkým pulzování 2 puls/s (Hz) až po rychlé kmitání 10 puls/s (Hz). Po dosažení nejvyšší frekvence kmitů jsme začali průtok kapaliny opět snižovat, abychom zachytili projevy předpokládané hystereze oscilací tenkostěnné elastické trubice (obr.4). Pro každou sérii měření jsme zaznamenali klidovou tlakovou diferenci na elastické trubici před rozkmitáním. Tato tlaková diference reprezentuje energetickou ztrátu kapaliny získanou průchodem vzorku. Byl snímán časový průběh tlaku s frekvencí 300 Hz a střední hodnota průtoku kapaliny pro každý režim kmitání. Průtok byl měřen objemovou metodou.

MATEMATICKÁ FORMULACE PROBLÉMU

Vzájemnou silovou interakci proudící tekutiny a elastické trubice popíšeme rovnicemi bilance hmotnosti a bilance hybnosti proudící tekutiny [8]. Jejich současným řešením dostáváme důležité relace mezi změnou tlaku v trubici a změnou jejího průřezu. Tyto matematické relace lze shrnout do materiálového vztahu popisujícího elastické vlastnosti trubice [2], [3], [7], (1).

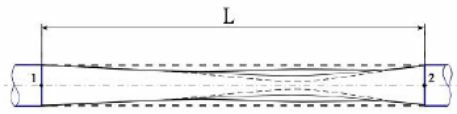
$$p_i - p_e = N \cdot \left[\left(\frac{A_{ef}}{A_0} \right)^\alpha - 1 \right] \quad (1)$$

kde α vyjadřuje materiálový exponent, $p_i - p_e$ je transmurní tlak, p_i je vnitřní (interní) tlak v trubici, p_e je vnější (externí) tlak na trubici, $N \approx \frac{4 \cdot h \cdot E}{3 \cdot a}$, h je tloušťka stěny trubice, E je Youngův modul pružnosti, a je poloměr trubice.

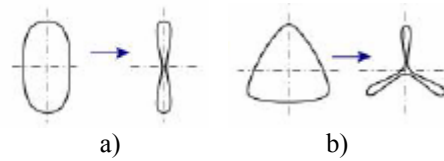
Počáteční stav trubičky před naplněním kapalinou znázorňuje na obr.2 silná přerušovaná čára. Při nízkém průtoku kapaliny se trubička postupně zdeformuje do tvaru nakresleného tenkou plnou čárou. Okolo této polohy se při zvyšování průtoku potom rozkmitá (tenká přerušovaná a tlustá plná čára). V bodech 1 a 2 byl vzorek upevněn na trny s tlakovými čidly (obr.2).

Je obtížné zjistit, jak se během oscilací přesně mění průřez trubice Fung [2] popsal dva základní typy zborcení elastické kruhové trubice, které se mění se vzrůstajícím průtokem (obr.3). Všechny námi provedené experimenty se blíží prvnímu popsanému typu zborcení kruhové elastické trubice (obr.3a). Pro výpočet efektivního průřezu A_{ef} trubice při oscilacích použijeme následující zjednodušení a předpoklady:

- trubice si stále zachovává stejný obvod,
- plocha průřezu se mění z klidové A_0 na efektivní při oscilacích A_{ef} , kolem které průřez osciluje,
- počítáme se střední hodnotou průtoku proto pro výpočet A_{ef} využijeme Hagen-Poiseuillova zákona .



Obr.2 Deformace trubičky



Obr.3 Základní typy zborcení

Tímto byl získán zjednodušený vztah pro výpočet průřezu trubice v místě jejich oscilací, efektivní průřez (2). Protože jsme zatím neměli možnost snímat hodnoty průtoku v reálném čase a měli jsme k dispozici jen střední hodnotu průtoku pro daný režim oscilací, potom tlaky p_1 a p_2 jsou zde vypočtené střední hodnoty tlaků odebíraných v reálném čase v místech 1 a 2 (obr. 2).

$$A_{ef} = \sqrt{\frac{8 \cdot \pi \cdot \mu \cdot L \cdot Q_s}{p_1 - p_2}}. \quad (2)$$

Rychlost pulzní vlny šířící se po trubici, byla určena z podmínky nestability. Samobuzené oscilace vznikají, pokud se rychlost šíření pulzní vlny c_0 vyrovná rychlosti proudící kapaliny v_0 . Tento předpoklad však platí pouze v případě, že má trubice během kmitání stále kruhový průřez, který se zvětšuje a zmenšuje. Pokud se vzorek deformuje, musí rychlosti v_0 a c_0 splňovat podmínku (3), (obr.2 a 3), [5]

$$v_0 = c_0 \cdot \left(\frac{A_{ef}}{A_0}\right)^{\frac{\alpha}{2}} \Rightarrow c_0 = v_0 \cdot \left(\frac{A_0}{A_{ef}}\right)^{\frac{\alpha}{2}}. \quad (3)$$

Jednou z možností jak určit střední rychlost tekutiny poskytují následující vztahy.

$$v_0 = \lambda \cdot f = c_0 \cdot \left(\frac{A_{ef}}{A_0}\right)^{\frac{\alpha}{2}}. \quad (4)$$

Rychlost šíření postupné vlny podél elastické trubice je určena vztahem

$$c_0^2 = \frac{4 \cdot \alpha \cdot h \cdot E}{3 \cdot a \cdot \rho}. \quad (5)$$

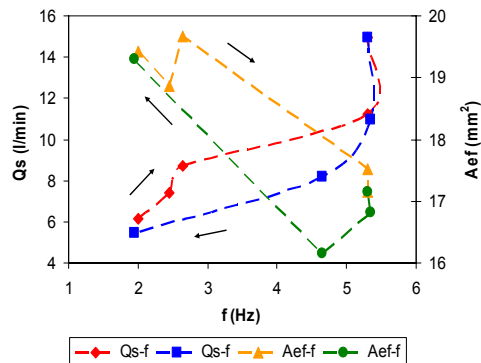
Dosadíme-li do podmínky nestability tak jak je definované v (3) za střední rychlost toku kapaliny (4) a za rychlost šíření postupné (pulzní) vlny (5) získáme relací mezi frekvencí kmitů f , vlnovou délkou λ a elastickým modulem E

$$E = \frac{3 \cdot a \cdot \rho \cdot \lambda^2 \cdot f^2}{4 \cdot \alpha \cdot h} \cdot \left(\frac{A_0}{A_{ef}} \right)^\alpha \quad (6)$$

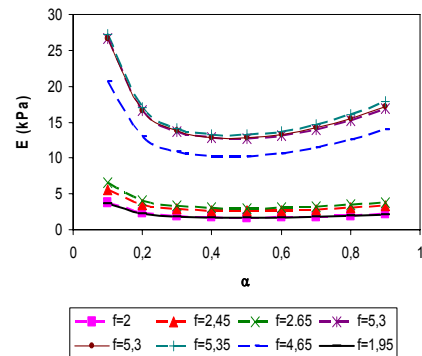
Takto získaný Youngův modul je ovšem celkovým modulem pružnosti trubice i kapaliny jako jediné části nehomogenního kontinua. Materiálová konstanta α bývá rovna 0,5, pro biologické materiály může být i vyšší. Její přesnou hodnotu neznáme, proto byly vypočteny různé hodnoty modulu pružnosti pro různé hodnoty parametru α (obr.5). Z dříve provedených tahových zkoušek materiálu trubic systémem MTS byl získán Youngův modul pružnosti v podélném směru v rozmezí $E = 1$ až 1,14 MPa.

POROVNÁNÍ TEORIE S EXPERIMENTY

Každý vzorek byl rozkmitán zhruba do 8 modů oscilací. Nejlepších výsledků bylo dosaženo s trubicí o tloušťce stěny 1 mm. Proto byl vybrán jako reprezentant a dále budou uváděny výsledky vztahující se k tomuto vzorku. Získané záznamy tlakových oscilací byly zpracovány rychlou Fourierovou analýzou a byly detekovány hlavní frekvence průběhu tlaků, kmitů trubice. Z experimentálně získaných hodnot průtoků a z časových záznamů tlaků na začátku a konci elastické trubičky byly dle (2) vypočteny efektivní průřezy deformované trubice pro jednotlivé režimy oscilací. Při experimentech byla změněna vlnová délka postupně vlny na elastické trubicí. Z těchto hodnot pak určíme rychlost toku kapaliny a rychlost šíření pulzní vlny po stěně latexové trubice. Pro každou elastickou trubicí byla sestrojena závislost frekvence samobuzených oscilací na průtoku kapaliny a závislost efektivního průřezu oscilující trubice na průtoku a frekvenci oscilací (obr.4). Jednou z vlastností metody výpočtu E dle vztahu (6), je silná závislost Youngova modulu pružnosti na délce stojaté vlny λ a frekvenci oscilací trubice f . Velikost vlnové délky byla z experimentů zvolena $\lambda = 2/3 \cdot L$, kde L je vzdálenost bodu 1 a 2 viz. (obr.2). Vypočtená závislost Youngova modulu pružnosti na materiálovém součiniteli α dle vztahu (6) je znázorněna na (obr.5).



Obr.4 Závislost průtoku a efektivního průřezu trubice na frekvenci oscilací



Obr.5 Vypočtená závislost E na α při $\lambda = 2/3 \cdot L$

DISKUSE

Při provádění experimentů byl nalezen postup, jak přivést elastickou trubicí do režimu samobuzených oscilací a jak regulovat frekvenci samobuzených kmitů. Způsob měření vycházel z počátečního naladění soustavy na samobuzené kmitání souhrou ventilu na čerpadle a regulačního ventilu. Následným zvyšováním průtoku ventilem na čerpadle byla trubice uváděna do různých

režimů oscilací. Podle předpokladů se prokázala hystereze v závislosti střední hodnoty průtoku Q_s a efektivního průřezu A_{ef} na frekvenci oscilací f (obr.4). Rychlost proudění tekutiny byla určena analýzou frekvencí oscilací trubice a vlnové délky (4). Takto vypočtené hodnoty rychlosti řádově odpovídají rychlosti kapaliny, která byla vizuálně odhadována během experimentů. Dle (6) byla vypočtena závislost modulu pružnosti E na α v rozsahu od 0,1 do 0,9 (obr.5). Tyto hodnoty jsme porovnávali s modulem pružnosti, změřeným systémem MTS. Předpokládáme, že námi použitý matematický model (6) popisuje modul pružnosti stěny trubice a kapaliny dohromady. Vypočtený modul pružnosti by tedy náležel „náhradní tyči“ o geometrických parametrech elastické trubice naplněné kapalinou.

ZÁVĚR

Bylo sestaveno funkční experimentální zařízení pro zkoumání samobuzených oscilací tenkostěnných elastických trubic (obr.1). Byl odvozen a testován zjednodušený vztah pro výpočet efektivního průřezu kmitající elastické trubice (2). Pomocí tohoto vztahu byly získány charakteristiky závislosti mezi středními hodnotami průtoku kapaliny, frekvencí kmitání vzorků a efektivním průřezem (obr.4). Vztah mezi Youngovým modulem pružnosti E a materiálovým parametrem α (6) nebyl zatím uspokojivě určen. Je třeba lépe popsat vazbu mezi vlastnostmi kapaliny a stěny trubice. V současném stavu řešení problematiky vyjadřují určené hodnoty modulu pružnosti E elastické vlastnosti trubice a kapaliny jako celku. Navržené vztahy a postupy byly ověřeny experimenty a bylo zjištěno, za jakých podmínek je lze využít k přibližnému odhadu sledovaných veličin. Přesnější ověření navržené metody vyžaduje provedení rozsáhlejší experimentální práce a podrobnější matematický popis a modelování. Dalším otevřeným problémem zůstává určení všech dosud neznámých vlivů, které oscilace elastické trubice skutečně ovlivňují.

Tato práce vznikla za laskavé podpory GAČR 106/04/1181, MSM 6840770012

LITERATURA

- [1] BINNS, R. L., KU, D. N.: *Effect of stenosis on wall motion - a possible mechanism of stroke and transient ischemic attack*. Arteriosclerosis. no. 9, s. 842-847. 1989
- [2] FUNG, Y. C.: *Biomechanics: Circulation*. Springer, 571 s. 1996
- [3] HAYASHI, S., HAYASE, T., KAWAMURA, H.: *Numerical analysis for stability and self-excited oscillation in collapsible tube flow*. Transaction of the ASME. vol. 120, s. 468-475. 1998
- [4] HEIL, M., JENSEN, O. E.: *Flow past highly compliant boundaries and in collapsible tubes* [online] [cit. 2005-06-01]. 2005
WWW: <<http://www.maths.nott.ac.uk/personal/oj/OpenArchive/heiljensenchapter.pdf>>.
- [5] KLINGEROVÁ, K.: *Samobuzené kmitání elastických trubic*, České vysoké učení technické v Praze, Diplomová práce. 2005
- [6] KU, D. N.: *Blood ow in arteries*. Ann. Rev. Fluid Mech. no. 29, s. 399-434. 1997
- [7] MARŠÍK, F., PŘEVOROVSKÁ, S., ŠTEMBERA, V.: *The Influence of Compliance and Resistance of Arteries on Korotkoff Sound Generation in Numerical Modelling*. Acta of Bioengineering and Biomechanics : Proceedings of the 13th Conference of European Society of Biomechanics, Wroclaw. vol. 4, sup. 1, s. 716-717. 2002
- [8] ŠTEMBERA, V.: *The flow through visco-elastic tubes* [s.l.], 89 s. Matematicko-fyzikální fakulta University Karlovy v Praze. Diplomová práce. 2002
- [9] TSUJI, T. ET AL.: *Study on haemodynamics*. Artificial Organs. no. 7, s. 435-438., 1978
- [10] VALENTA, J. a kol.: *Biomechanika*, Academia Praha, 1985