

Vendelín S z a b ó

Ústav stavebníctva a architektúry SAV Bratislava

CHARAKTER STAVU NAPĚTÍ V OKOLÍ ŠIKMEJ TRHLINY

Jednou z úloh experimentálnych metód určovania koeficientov intenzity napätí /KIM/ je overovanie správnosti vzťahov typu

$$K = \sigma_s / G_s, \quad (1)$$

/kde σ_s je hodnota príslušnej zložky stavu napätia a G_s je geometrická funkcia polohy uvažovaného bodu oblasti/ prijatých na základe určitých predpokladov o chovaní sa telesa s trhlinou. Často používaným takýmto predpokladom je popis stavu napätia v okolí trhliny pomocou Westergaardovej funkcie napätí

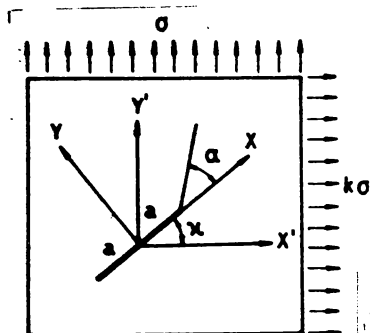
$$F/z' = \sigma_z \cdot [z^2 - a^2]^{-1/2}, \quad z = x + i.y \quad (2)$$

Platnosť rozpracovaných tzv. singulárnych riešení sa ohraničuje na veľmi malé okolie koreňa trhliny a mimo tejto oblasti sa nemôžu použiť ani za predpokladu, že hranice vyšetrovanej konečnej oblasti sú ďaleko a neovplyvňujú stav napätia v blízkosti trhliny.

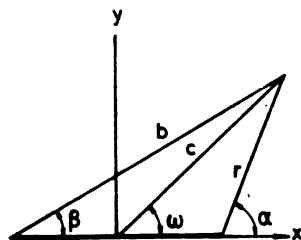
Na základe Westergaardovej funkcie (2) sme odvodili riešenie, ktoré dáva presné hodnoty zložiek vektora napätia bez limitujúcich predpokladov.

Uvažujeme nekonečnú oblasť pri dvojsovom zaťažení σ a $k \cdot \sigma$ pôsobiacom v smeroch súradných osí y , resp. x /obr.1/. Nech v tejto oblasti sa nachádza centrálna trhlina dĺžky $2a$, ktorá zvierá s osou x uhol χ . V ľubovoľnom elemente, dostatočne vzdialenom od trhliny môžeme pôsobiaco zaťaženie rozložiť do zložiek v smeroch osí x, y a stav napätia v okolí trhliny uvažovať ako superpozíciu dvoch stavov: 1. od dvojsového zaťaženia σ a $C \cdot \sigma'$ v smeroch osí y , resp. x

$$\sigma' = \sigma [k \cdot \sin^2 \chi + \cos^2 \chi], \quad C = \frac{k \cdot \cos^2 \chi + \sin^2 \chi}{k \cdot \sin^2 \chi + \cos^2 \chi}$$



OBR.1



OBR.2

a 2. od šmykového zataženia oblasti τ

$$\tau = \sigma(1 - k) \cdot \sin \chi \cdot \cos \chi.$$

Použitím Westergaardových vzťahov pre zložky napätí v súradnej sústave x, y po úpravách dostaneme

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= \sigma M \left\{ 0,25h \left[3 \cdot \cos(v+\xi) - \cos(v-\xi) \right] - 0,5g \cdot \sin(\delta+\xi) + (C-1) \cdot \cos \xi \right\} \\ \sigma_{yy} &= \sigma M \left\{ 0,25h \left[\cos(v+\xi) + \cos(v-\xi) \right] + 0,5g \cdot \sin(\delta+\xi) \right\} \\ \sigma_{xy} &= \sigma M \left\{ 0,25h \left[\sin(v+\xi) - \sin(v-\xi) \right] + 0,5g \cdot \cos(\delta+\xi) \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

pri pomocných označeniach

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{2}(\alpha + \beta) - \omega, \quad \delta = \frac{3}{2}(\alpha + \beta), \quad M = [k^2 \sin^2 \chi + \cos^2 \chi]^{1/2} \\ g &= a(b \cdot r)^{-1/2} \cdot \sin(\alpha - \beta) \\ h &= 2 \cdot c(b \cdot r)^{-1/2} \end{aligned} \quad (4)$$

Význam označení b, r, β, ω je zrejmý z obr.2.

Dôležitým parametrom odvodeného presného riešenia je uhol ξ

$$\xi = \chi - \arctg(k \cdot \tg \chi), \quad (5)$$

zavedený pomocou vzťahov

$$\sin \xi = M^{-1}(1-k) \sin \chi \cdot \cos \chi, \quad \cos \xi = M^{-1}(k \cdot \sin^2 \chi + \cos^2 \chi).$$

Ak označíme KIN pre spôsob zataženia I. $K_I = \sigma' \sqrt{a\pi}$ a pre spôsob zataženia $K_{II} = \tau \sqrt{a\pi}$, t.j.

$$K_I = \sigma M \sqrt{a\pi} \cdot \cos \xi, \quad K_{II} = \sigma M \sqrt{a\pi} \cdot \sin \xi \quad (6)$$

potom ich pomer

$$K_{II} / K_I = \operatorname{tg} \xi \quad (7)$$

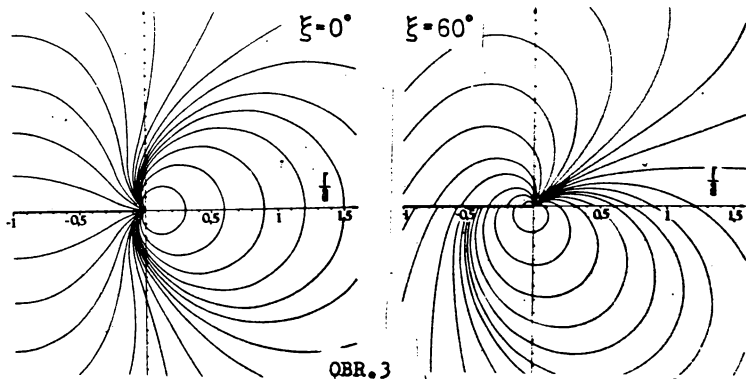
závisí len od uhlu ξ , ktorý experimentálne môžeme jednoducho určovať.

Na základe odvodených výrazov (3) môžeme tiež vyjadriť veličiny merané pomocou optických experimentálnych metód, ako sú rozdiely $R = \sigma_1 - \sigma_2$ a súčty $S = \sigma_1 + \sigma_2$ hlavných napätí. Pre súčet hlavných napätí dostávame relatívne jednoduchý výraz

$$S = \sigma M[h \cdot \cos(\nu + \xi) + (C - 1) \cos \xi], \quad (8)$$

z ktorého vyplýva, že druhý člen na pravej strane je pre trhlínu danej konfigurácie a pre daný dvojosový stav zaťaženia v celej oblasti konštantný a nevlýva na charakter rozloženia izočiar S . Tvar izopách v závislosti od geometrických súradníc a uhlu ξ , definovaného vzťahom (6) určuje prvý člen rovnice. Kvalitatívny charakter poľa izopách v okolí trhliny pre niektoré hodnoty ξ ukazuje obr. 3. Aj z uvedených obrázkov je vidieť, že čiary rovnakých súčtov hlavných napätí majú podstatne jednoduchší a prehľadnejší charakter ako čiary rovnakých rozdielov hlavných napätí a možno ich teda výhodnejšie použiť pre vyhodnocovanie stavu napätia v okolí šikmých trhlín.

Charakter poľa izopách, vyplývajúceho z uvedeného analytického riešenia sa overí experimentálnymi meraniami po-



mocou holograficko-interferenčnej metódy. Pri porovnávaní výsledkov sa ukázala veľmi dobrá zhoda, potvrdzujúca správnosť predpokladov analytického riešenia a perspektívnosť na jeho základe vypracovanej experimentálnej metódy určovania KIN.

Pri experimentálnom určovaní KIN na základe meraných S vychádzame z rovnice (8), napísanej pre dva body 1 a 2 oblasti, neležiacie na tej istej izopache. Odčítaním týchto rovníc od seba a po úpravách dostaneme

$$K_I = \sqrt{a\pi} \frac{S_2 - S_1}{h_2 \cdot \cos(V_2 + \xi) - h_1 \cdot \cos(V_1 + \xi)} \cdot \cos \xi \quad (9)$$

$$K_{II} = K_I \cdot \operatorname{tg} \xi .$$

Pre experimentálne meranie ξ môžeme využitím vlastností izopách odvodiť vzťah

$$\xi = \bar{\delta} - \delta - 90^\circ, \quad (10)$$

kde $\bar{\delta}$ je uhol medzi osou x a dotyčnicou k izopache.

Hodnoty S vyjadríme v experimentálnych jednotkách $S = c_t \cdot m$, kde c_t je konštanta interferenčnej citlivosti modelu a m je rád izopachy. Potom $S_2 - S_1 = c_t \cdot (m_2 - m_1)$. Ak body 1 a 2 volíme na dvoch susedných izopachách $S_2 > S_1$, potom bude $m_2 - m_1 = 1$. Ďalej praktické vyhodnocovanie KIN bude výhodné robiť pozdĺž osi x , t. j. v smere trhlíny. V tomto prípade $\alpha = \beta = \omega = \nu = 0$, $c = a + x$, $b = 2 \cdot a + x$, potom

$$\xi = \bar{\delta} - 90^\circ$$

$$K_I = \frac{c_t \sqrt{a\pi}}{h_2 - h_1} \cdot \cos \xi \quad (11)$$

$$K_{II} = K_I \cdot \operatorname{tg} \xi .$$

Odvođené vzťahy úplne riešia úlohu určenia KIN. Ich zvláštnou vlastnosťou je, že pri vyhodnocovaní pomocou dvoch susedných izopách nepotrebujeme poznať rády interferenčných čiar, t. j. absolútne hodnoty súčtov hlavných napätí.