SÚČASNÉ MOŽNOSTI SPRACOVANIA A VYUŽITIA NESTACIONÁRNYCH NÁHODNÝCH PRIEBEHOV NAPÄTÍ

Jozef Čačko, Matěj Bílý, Ústav materiálov a mechaniky strojov SAV, Bratislava

Početné záznamy prevádzkových priebehov napätí strojníckych konštrukcií dokazujú, že vo všeobecnosti ide o náhodné procesy, ktoré často majú nestacionárny charakter. Keďže výskyt nestacionarít môže výrazne ovplyvniť (spravidla znížiť) životnosť, je účelné rozpracovávať teoretické a experimentálne metódy, ktoré by ich mohli tak vyhodnocovať, ako aj využívať.

Spracovanie nestacionárnych náhodných procesov

Účelom spracovania náhodného procesu je nájsť jeho štatistické charakteristiky ako je stredná hodnota, rozptyl, autokorelačná funkcia, hustota pravdepodobnosti a spektrálna výkonová hustota. Ak ide o proces nestacionárny, sú tieto charakteristiky časovo závislé a navyše neplatí princíp ergodičnosti, využívaný pri stacionárnych procesoch. K vyhodnoteniu preto potrebujeme N realizácií toho istého nestacionárneho procesu, z ktorých počítame odhady

strednej hodnoty $$\mu(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i(t), \tag{1}$$

rozptylu $$\sigma^2(t) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} [x_i(t) - \mu(t)]^2, \tag{2}$$

autokorelačnej funkcie $$K(t,\tau) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} [x_i(t) - \mu(t)]$$

$N \geq 10$

$$[x_i(t-\tau) - \mu(t-\tau)], \tag{3}$$

hustoty pravdepodobnosti $$f(x,t) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{P[x < x_i(t) \leq x + \Delta x]}{\Delta x}, \tag{4}$$

spektrálnej výkonovej hustoty

$$S(t,f) = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta t \sum_{j=0}^{\infty} K(t, \tau - j\Delta t)\, e^{-2\pi f(\tau - j\Delta t)} , \tag{5}$$

kde $\{x_i(t)\}_{i=1}^{N}$ je množina realizácií procesu $x(t)$ a P je pravdepodobnosť výskytu v danom intervale.

V niektorých praktických prípadoch sa môže stať, že máme nedostatočný počet realizácií (v krajnom prípade len jedinú). Potom nemôžeme použiť vzťahy (1), (2) a (4). Namiesto nich preto používame tzv. <u>evolučné odhady</u>

strednej hodnoty $m(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} x(t - j\Delta t)$, (6)

rozptylu $s(t) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^{n-1} [x(t - j\Delta t) - m(t)]^2$, (7)

a funkcie hustoty pravdepodobnosti

$$p(x,t) = \lim_{\substack{\Delta x \to 0 \\ \varphi \le t}} \frac{P[x < x(\varphi) \le x + \Delta x]}{\Delta x} , \tag{8}$$

s ktorými potom pracujeme podobne ako s klasickými odhadmi. Odhad (6) použijeme tiež vo vzťahu (3) namiesto odhadu (1).

Ďalšie štatistické charakteristiky, ktoré môžeme získať pri zpracovaní náhodného procesu sú: matica pravdepodobností prechodov medzi hladinami, matica pravdepodobností prechodov medzi špičkami procesu (alebo inými parametrami) a matica pravdepodobností prechodov z hornej obálky procesu na dolnú a naopak.

Analogicky ako v prípade stacionárnych procesov chceme teraz vyhodnotené charakteristiky použiť pre teoretický alebo experimentálny odhad životnosti. Žiaľ, nejestvuje a v blízkej budúcnosti asi sotva bude k dispozícii nejaký teoretický vzťah, do ktorého by sa niektorá charakteristika nestacionárneho procesu dala dosadiť a tak by sa vypočítala životnosť. Jedinou schodnou cestou je v súčasnosti experimentálny odhad, využívajúci elektrohydraulický zaťažovací systém riadený počítačom.

Simulácia nestacionárnych náhodných procesov

Základnou požiadavkou simulačných algoritmov náhodných procesov pre riadenie zaťažovacích systémov je čo možno najväčšia rýchlosť výpočtu každej poradnice, aby sa nezdržoval priebeh technologického deja. Pro praktické použitie sa vypracovali štyri základné varianty simulačných vzťahov [1, 2, 3]:

a/ Simulácia nestacionárneho procesu $x(t)$ so zadanou časovo závislou funkciou hustoty pravdepodobnosti poradníc $f(x,t)$ je založená na explicitnom vyjadrení vzťahu

$$x(t) = g\,[y(t),\ Z_1(t),\ Z_2(t),\ \dots,\ Z_n(t)]\,, \tag{9}$$

kde $Z_1(t), \dots, Z_n(t)$ sú časovo závislé funkcie, determinujúce funkciu hustoty pravdepodobnosti a $y(t)$ je nejaký stacionárny proces so zadanou hustotou pravdepodobnosti, ktorý vieme simulovať podľa vzťahu

$$y = F^{-1}\,(\varphi)\,, \tag{10}$$

kde φ je náhodné číslo s rovnomerným rozdelením na intervale $(0;\ 1)$ a F je distribučná funkcia procesu $y\,(t)$. Podrobnejšie sa o tejto metóde hovorí v [1] .

b/ Pre simuláciu gaussovského procesu $x(t)$ so zadanou časovo závislou spektrálnou výkonovou hustotou môžeme použiť vzťah

$$x(t) = \sum_{j=0}^{n-1} c_j\, y(t - j\,\Delta t)\,, \tag{11}$$

kde koeficienty $c_1, \ldots, c_n$ zohľadňujú danú spektrálnu výkonovú hustotu a $\{y(t - j\ t)\}_{j=0}^{n-1}$ sú poradnice nestacionárneho normálneho bieleho šumu, generovaného podľa predchádzajúceho bodu. Táto metóda je rozpracovaná napríklad v [2] .

c/ Ak chceme simulovať nestacionárny náhodný proces $x(t)$ súčasne so zadanou funkciou hustoty pravdepodobnosti i spektrálnou výkonovou hustotou, musíme použiť autoregresný model

$$x(t) = y(t) + \sum_{j=1}^{n} c_j\, x(t - j\,\Delta t)\ , \qquad (12)$$

kde $c_1, \ldots, c_n$ sú koeficienty charakterizujúce spektrálnu výkonovú hustotu a $y(t)$ je nestacionárny náhodný proces s určitou funkciou hustoty pravdepodobnosti, simulovaný podľa bodu a . Akým spôsobom určiť tieto koeficienty a typ procesu $y(t)$ typ procesu $y(t)$ je opísané v [3].

Záver

Z uvedeného vyplýva, že v súčasnosti existujú vhodné postupy umožňujúce spracúvať a ďalej využívať nestacionárne náhodné priebehy napätí, avšak ešte potrvá určitý čas, kým sa tieto metódy uvedú do bežného praktického užívania.

Literatúra

[1] ČAČKO,J.-BÍLÝ,M.: Simulation of a non-stationary stochastic process with respect ti its probability density function. Journal of Sound and Vibration, 62 (2),1979.

[2] ČAČKO,J.-BÍLÝ,M.: Simulation of a non-stationary stochastic process with respekt to its power spectral density. Journal of Sound and Vibration, 66 (2), 1979.

[3] ČAČKO,J.: Simulácia nestacionárnych stochastických procesov na základe autoregresnej filtrácie. Strojnícky časopis, 3, 1979.