PREDIKCE PROFILU PULSU ŠÍŘÍCÍHO SE V JEDNOROZMĚRNÉM LINEÁRNĚ VISKOELASTICKÉM PROSTŘEDÍ

Ing. A. POTĚŠIL, CSc., Ing. V. HUMEN
Vysoká škola strojní a textilní v Liberci

V souvislosti s identifikací dynamických vlastností materiálů užívaných ve fotoelasticimetrii byla autory vypracována metoda pomocí níž lze ocenit zmíněné vlastnosti materiálů analýzou tvaru profilů podélného pulsu šířícího se dlouhou štíhlou viskoelastickou tyčí [1]. Současně byla řešena úloha o predikci profilů pulsu [2].

V článku jsou stručně naznačeny některé predikční postupy, které respektují užití obecných okrajových podmínek i materiálových vlastností.

Předpokládejme, že do polonekonečné dlouhé štíhlé tyče vyrobené z lineárního viskoelastického materiálu je zavedena známá vstupní podmínka $f(t)$ a že jsou známy materiálové vlastnosti tyče. Mějme k dispozici počáteční části časové funkce poddajnosti $j(t)$ a relaxačního modulu rychlosti $o(t)$ [2], frekvenční funkce koeficientu útlumu $\alpha(f)$ a fázové rychlosti $c(f)$ [3], rychlost šíření čela podélného rozruchu v tyči V [4] a měrnou hmotnost materiálu tyče ϱ.

1. PREDIKCE POMOCÍ ČASOVÝCH FUNKCÍ $j(t)$ A $o(t)$

Základním vztahem pro predikci profilů pulsu $\xi(t)$ je v tomto případě výraz [2]

$$\xi(t) = S_0 \cdot f(t) + \int_0^t f(\tau) \cdot S_R(t-\tau)\, d\tau \,. \tag{1}$$

Pomocnou funkci $S_R(t)$ získáme z funkce poddajnosti $j(t)$ postupně numerickým řešením integrálních rovnic Volterrova typu [2]

$$\varrho \cdot \frac{dj(t)}{dt} = \frac{2}{V} \cdot m(t) + \int_0^t m(\psi)\, m(t-\psi)\, d\psi \,, \tag{2}$$

$$S_0 \cdot t \cdot \dot{m}(t) = \frac{1}{x} \cdot t \cdot S_R(t) - \int_0^t \tau \cdot \dot{m}(\tau) \cdot S_R(t-\tau)\, d\tau \,, \tag{3}$$

kde $S_o = exp[\ x \cdot m(0^+)]$, (4)

$$m(0^+) = \frac{\varrho \cdot V}{2} \cdot \frac{dj(t)}{dt}\Big|_{t=0^+}, \quad (5)$$

$$S_R(0^+) = x \cdot S_o \cdot \frac{dm(t)}{dt}\Big|_{t=0^+}, \quad (6)$$

$m(t)$ - pomocná funkce,

x - vzdálenost místa ve kterém požadujeme predikovat profily pulsu $\xi(t)$ od místa známé vstupní podmínky $f(t)$.

Protože distorze osamělého pulsu ve viskoelastickém prostředí je charakterizována poklesem jeho amplitudy a současně prodlužováním jeho délky (viz obr. 1) je nezbytné dále řešit problém vzájemného přiřazování odpovídajících si bodů profilů pulsu ($A \rightarrow A'$) v místě 1 a 2 na tyči. Vztah (1) tuto skutečnost sice inherentně předpokládá, ovšem vlastní přiřezení funkcí $f(t_1)$ a $\xi(t_2)$ neřeší. K tomu je nutné využít druhé materiálové charakteristiky - relaxačního modulu rychlosti $o(t)$. V práci [2] bylo ukázáno, že lze vytvořit funkci (viz obr. 1)

$$\alpha_\tau(t) = \frac{t_2}{t_1} = 1 + \frac{|x|}{t}\left(\frac{1}{o(t)} - \frac{1}{V}\right) \quad (7)$$

pomocí níž stačí"opravit" ve vztahu (1) argument predikovaného profilu $\xi(t_2)$na

$$\xi(t.\alpha_\tau(t)) = S_o \cdot f(t) + \int_0^t f(\tau) \cdot S_R(t-\tau)\, d\tau \ . \quad (8)$$

Přitom t značí časovou souřadnici libovolného bodu známého profilu $f(t)$.

2. PREDIKCE POMOCÍ FREKVENČNÍCH FUNKCÍ $\alpha(f)$A $c(f)$

Zatímco u předchozího postupu bylo při odvození potřebných vztahů užito důsledně prostředků Laplaceovy transformace, uvedený druhý způsob využívá aparátu Fourierovy transformace, resp. Fourierovy syntézy. V takovém případě je problém predikce soustředěn do řešení vztahů [5]

$$\xi(t) = \frac{1}{\pi}\int_0^{\infty} A_P(f).\cos[2\pi.f.t - \varphi_P(f)]\, d(2\pi f), \qquad (9)$$

kde $$A_P(f) = A(f).\exp[-x.\alpha(f)], \qquad (10)$$

$$\varphi_P(f) = \varphi(f) + 2\pi f.\ x\left[\frac{1}{c(f)} - \frac{1}{V}\right]. \qquad (11)$$

V předchozích vztazích značí

f - frekvenci,

$A_P(f), A(f), \varphi_P(f), \varphi(f)$ - amplitudová a fázová spektra predikovaného profilu (index P) $\xi(t)$ a vstupní podmínky $f(t)$ (bez indexu).

3. PREDIKCE POMOCÍ DISTORZNÍ CHARAKTERISTIKY

V práci [6] byla autory zavedena distorzní charakteristika jako závislost distorzních koeficientů α_ξ , α_τ na pulsem prošlé vzdálenosti. Pro vzdálenost x_{12} je lze stanovit podle vztahů

$$^{12}\alpha_\xi = \frac{\xi_{2max}}{\xi_{1max}}, \qquad (12)$$

$$^{12}\alpha_\tau = \frac{\hat{A}_2}{\hat{A}_1}, \qquad (13)$$

kde ξ_{imax} jsou maxima profilů pulsu ve dvou místech (i = 1,2) na tyči, vzdálených o x_{12},

$\hat{A}_i$ jsou plochy pod normovanými profily pulsu v těchže dvou místech

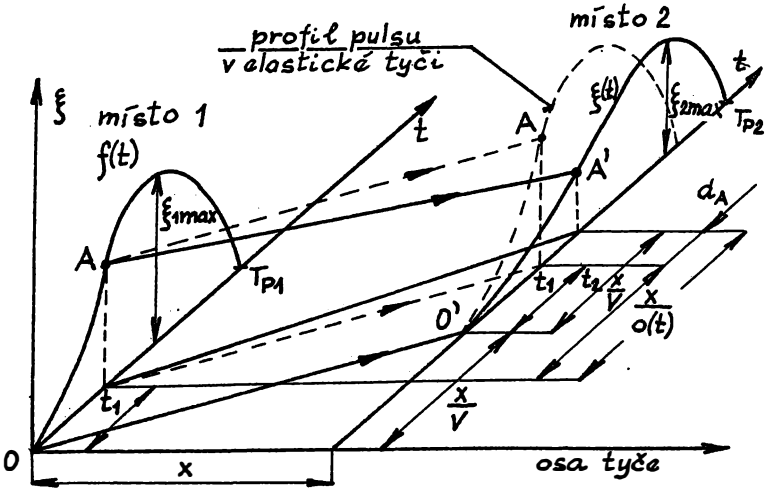
tedy

$$\hat{A}_i = \frac{1}{\xi_{imax}}\int_0^{T_{Pi}} \xi_i(t)\, dt \ . \qquad (14)$$

Na základě provedených experimentálních měření se ukázalo, že za distorzní charakteristiku lze přijmout exponenciální závislost ve tvaru

$$\alpha_\xi(x) = \exp[-x.k_\xi], \qquad (15)$$

$$\alpha_\tau(x) = \exp[x.k_\tau], \qquad (16)$$



Obr. 1

kde $$k_\xi = -\frac{\ln \alpha_\xi^{12}}{x_{12}}, \tag{17}$$

$$k_\tau = \frac{\ln \alpha_\tau^{12}}{x_{12}}. \tag{18}$$

Užitím distorzní charakteristiky lze vyjádřit profil predikovaného pulsu výrazem

$$\xi(t.\alpha_\tau(x)) = f(t).\alpha_\xi(x), \tag{19}$$

kde x značí vzdálenost predikovaného profilu $\xi(t)$ od známého profilu $f(t)$.

4. ZÁVĚR

V příspěvku jsou stručně uvedeny základy tří způsobů predikce profilů podélného pulsu, který se šíří v dlouhé tenké tyči vyrobené z lineárně viskoelastického materiálu. Ověření navrhovaných postupů předpokládá realizaci experimentu, ve kterém lze snímat časové průběhy některé z veličin poměrná deformace, rychlost částice či posunutí, alespoň ve třech místech na rázem zatížené tyči.

Vzhledem k omezenému rozsahu článku budou výsledky dosažené jednotlivými způsoby predikce na testovaných tyčích, včetně jejich diskuse uvedeny na jednání konference.

LITERATURA

[1] HUMEN,V.-POTĚŠIL,A.: Metody vyhodnocení dynamických viskoelastických vlastností polymerních materiálů. In: Sborník referátů konference EAN, Luhačovice, 1983.

[2] POTĚŠIL,A.: Identifikace dynamických viskoelastických vlastností fotoelasticimetrických materiálů. /Kandidátská disertační práce./ LIberec, VŠST, fakulta strojní, 1984.

[3] HUMEN,V.-POTĚŠIL,A.-VEJVODA,J.st.: Strojírenství, 35, 1985, č. 12.

[4] HUMEN,V.-VEJVODA,J.st.: Rychlost šíření napěťového pulsu v tyči z PMMA. In: Sborník věd. prací, VŠST, Liberec, 1980, s. 157-161.

[5] BREPTA,R.: Rázy a vlny napětí v pevných elastických tělesech. Praha, ČVUT, skriptum, 2. vyd., 1977.

[6] HUMEN,V.-POTĚŠIL,A.-VEJVODA,J.st.: Afinní podobnost podélného deformačního pulsu šířícího se v dlouhé tenké tyči zhotovené z Akrylonu (PMMA). Strojírenství, 34, 1984, s. 115-118.