S. Holý, J. Matoulek

VYUŽITÍ SDRUŽENÉ TEORIE TERMOELASTICITY V EXPERIMENTÁLNÍ ANALÝZE NAPĚTÍ

Prudký rozvoj měřící techniky v posledních desetiletích se týká i bezkontaktního měření teploty povrchů pevných těles. Zvýšení přesnosti těchto měření umožňuje nyní měření takových efektů, které byly dříve zjišťovány pouze druhotně, jako je např. tzv. termoelastický efekt. Využití tohoto jevu k experimentální analýze napětí se ukázalo velmi efektivní. Metoda SPASE (Stress Pattern Analysis by the measurement of Thermal Emission) se v současné době rychle rozvíjí a v mnoha případech se jeví výhodnější než jiné metody experimentální analýzy napětí.

Sdružené teorie termoelasticity je založena na sdružené rovnici vedení tepla (modifikace Fourierovy rovnice)[1]

$$k \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} = \rho c_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} + \alpha (3\lambda + 2\mu) T \frac{\partial \varepsilon_{kk}}{\partial t} \tag{1}$$

kde T je absolutní teplota (v K), t je čas, λ , μ jsou Laméovy elastické konstanty (izotermické), α je lineární teplotní roztažnost, ε_{kk} je objemová deformace, k je tepelná vodivost, ρ je hustota a c_ε je měrné teplo při stálé deformaci.

Při vyšetřování termoelastických napětí je zpravidla druhý člen pravé strany v (1) ve srovnání s prvním mnohem menší a zanedbává se, což vede k tomu, že se oba problémy (tj.vedení tepla a napjatost) od sebe separují. Problémy spojené s druhým členem pravé strany v (1) jsou známy dávno [2], [3], avšak donedávna byla celá teorie využívána zejména při řešení problémů šíření termoelastických vln v pružném prostředí [4], [5] . Rovnice (1) se obvykle linearizuje a pokládá se $T = T_0$ (střední teplota) na pravé straně (1).

Při lokálně adiabatickém procesu je

$$- \frac{\partial q_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial x_i \partial x_i} = 0 \tag{2}$$

a v důsledku toho jsou ovšem nutně oba členy na pravé straně stejně velké a nelze druhý člen zanedbávat.

Rozšířený Hookův zákon (rovnice Duhamelova-Neumannova) má s Laméovými konstantami tvar

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ij} - \alpha \delta_{ij} (3\lambda + 2\mu)(T - T_0) \tag{3}$$

Úžením této rovnice ve dvojici i, j dostáváme

$$\sigma_{ii} = (3\lambda + 2\mu)[\varepsilon_{ii} - 3\alpha (T - T_0)$$
$$\varepsilon_{ii} = \frac{\sigma_{ii}}{3\lambda + 2\mu} + 3\alpha (T - T_0)$$

a po dosazení do (1) za podmínky (2) plyne

$$0 = \rho \varepsilon_\varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} - \alpha T_0 \frac{\partial}{\partial t} \left[\sigma_{ii} + 3\alpha (3\lambda + 2\mu)(T - T_0) \right] \qquad (4)$$

Při cyklickém zatížení modelu nebo součásti (konstrukce) je

$$\sigma_{ij} = \Delta \sigma_{ij} \sin \omega t \qquad\qquad T = T_0 + \Delta T \sin \omega t$$

a po dosazení do (4) je zřejmé, že frekvence cyklického zatížení ω nemá přímý vliv na ΔT, neboť dostáváme

$$\Delta \sigma_{ii} = - \frac{\Delta T}{\alpha T_0} (\rho c_\varepsilon + 9 \alpha^2 T_0 K) \qquad (5)$$

kde

$$K = \frac{2}{3} \lambda + \mu$$

je izotermický modul objemové pružnosti. Vzhledem k tomu, že

$$\rho \varepsilon_\varepsilon + 9 \alpha^2 T_0 K = \rho c_\sigma$$

lze (5) přepsat ve tvaru

$$\Delta \sigma_{ii} = - \frac{\Delta T}{T_0} \frac{\rho c_\sigma}{\alpha}$$

kde c_σ je měrné teplo při stálé napjatosti, které je u pevných látek prakticky shodné s měrným teplem při stálém tlaku c_p. Bezrozměrná konstanta

$$K_\sigma = \frac{\alpha E}{\rho c_p} \qquad (6)$$

je tedy rozhodující materiálovou konstantou při stanovování napětí metodou SPATE. V (6) E je modul pružnosti v tahu a proto

$$\Delta \sigma_{ii} = - \frac{\Delta T}{T_0} \frac{E}{K_\sigma}$$

Konstanta K_σ má pro některé kovy následující hodnotu:

Pb	0,34
Fe	0,71
Cu	0,59
Al	0,69
Ag	0,62

a při přesnosti měření ΔT, jež dnes dosahuje 0,001 K, je rozlišitelnost napětí v železe 1 N mm^{-1}. V [6],[7] se udává při užití měřících zařízení fy Ometron (Velká Britanie) rozlišitelnost pro ocel 1,1 N mm^{-2} a pro hliník 0,4 N mm^{-2}, což odpovídá našim výpočtům.

Uvedené odhady prokazují, že metody SPATE lze užít dostatečně efektivně k experimentální analýze napětí. Stanovenou přesnost pro ocelové součásti a konstrukce 1 N mm^{-2} při teplotě 20°C lze považovat za velmi dobrou, zejména také proto, že napjatost lze určovat v jednotlivých bodech, vzdálených od sebe 0,5 mm. Lze tak prakticky stanovovat pole napětí na povrchu součásti.

Teoretické výpočty konstanty K_σ jsou experimentálně potvrzeny a lze je užívat pro stanovení konstanty při měření. V praxi se však častěji užívá experimentální stanovení konstanty K_σ kalibrační postup, při němž se tato konstanta určuje porovnáním hodnot napětí, určených v témž materiálu metodou SPATE a jinými metodami (tenzometricky, MKP, analyticky aj.) [8].

Seznam literatury: [1] BOLEY B.A., WEINER J.H. - Theory of Thermal Stresses, John Wiley and sons, INC., New York-London; [2] WEBER W. - Über die spezifische Warme fester Körper insbesondere der Metalle, Annalen der Physik und Chemie, Vol. 20 1830 , s.177-213;[3] THOMSON W. - On the Thermoelastic,Thermomagnetic and Pyro-electric Properties of Matter, repr. in Phil.Mag., Vol. 5 1978 , s.4-27;[4] CHADWICK P., SNEDDON J.N. - Plane Wawes in an Elastic Conducting Heat, J. Mech. and Phys. Solids, Vol. 6 1958, s.337-349; [5] MATOULEK J. - Periodicky proměnná napjatost pružného poloprostoru jako sdružená dynamická úloha, In Sb. ref. I.cel. konference Problémy pevnostních výpočtů za vysokých teplot, Praha 1970; [6] STANLEY P. - The Developement and Application of a Thermoelastic Technique for Stress Analysis, In Sb. ref. Mezinárodní konference "Měření statických a dynamických parametrů konstrukcí a materiálů", IMEKO TC 15 Plzeň 1987; [7] BERRY D.J., EVERETT G.M., LAPTEV D.V. - Materials Testing Using Non-contact Stress Mapping Techniques, IMEKO TC 15 "Experimental mechanics", Moscow, 1989; [8] HOLÝ S. - Co můžeme očekávat od metody termální emise SPATE, In Sb. ref. 28.konference EAN, Žďár nad Sázavou, 1990.

Doc.Ing.Stanislav Holý,CSc - Doc.RNDr.Ing.Josef Matoulek,DrSc - Strojní fakulta ČVUT v Praze, Suchbátarova 4, 166 07 Praha 6 Dejvice