



TESTING OF CONSTITUTIVE RELATIONS OF SOILS

TESTOVÁNÍ KONSTITUČNÍCH VZTAHŮ ZEMIN

Fedá J., Herle I. a Boháč J.

The selection of the constitutive relation and its parameters plays a dominant role in solving various geomechanical problems. The most common alternative are elastoplastic relations. Their representative, Cam-clay model, is successfully used to predict the triaxial stress-strain relationship of a fragmentary clay and of a reconstituted loess. Rate-type relation of hypoplasticity is applied to represent with good results the triaxial diagrams of medium Zbraslav sand. For constitutive modelling element tests void of parasitic effects are indispensable.

Úvod

Pro předpověď chování základů staveb, svahů, násypů atd. je třeba užívat analytických metod velmi ostražitě. Boussinesqův pružný poloprostor, Biotova sdružená teorie konsolidace nebo Sokolovského teorie mezní rovnováhy, exaktně popsané parciálními diferenciálními rovnicemi eliptického, parabolického a hyperbolického typu, dávají při konfrontaci se skutečností jen zřídka kdy přijatelně spolehlivé výsledky. Je to tím, že skutečné konstituční chování zemin je podstatně složitější než tyto teorie předpokládají. Jeho identifikace je však značně náročná. Na rozdíl od analytických metod, numerické metody sice dovolují respektovat i značně složité konstituční vztahy, nefeš však problém jejich identifikace.

Inverzní analýzy obvykle umožňují definovat parametry jen velmi jednoduchých konstitučních modelů (a tak se problém vrací do oblasti analytických metod) a nejsou jednoznačné. Např. změřené napětí lze interpretovat alternativně modelem nehomogenního, anizotropního nebo nelineárního poloprostoru (Fedá, 1978).

Vzhledem k těmto obtížím dává mechanika zemin často přednost matematicky ne zcela korektním postupům, které však aplikují realistické konstituční vztahy s fyzikálně jasně vymezenými konstitučními parametry (jejich počet proto není příliš velký). Je patrné, že konstituční chování se pokládá za dominantní složku řešení každé geomechanické úlohy. Mimo jiné i pro značnou přírodní variabilitu konstitučních parametrů, která bývá svým účinkem nesrovnatelně závažnější než užití alternativních výpočtových metod.

Konstituční vztahy a jejich parametry lze jednoznačně a dostatečně obecně definovat jen laboratorními zkouškami. Samostatným (ale řešitelným) problémem ovšem zůstává přechod od laboratorního chování k chování in situ.

U zemin dominuje jejich fyzikální nelinearita (v jejím rámci lze ostatně, jak uvedeno, popsat i účinek nehomogenity a anizotropie). Tu lze vyjádřit buď matematicky přímočaře (hypoplastický konstituční vztah) nebo oklikou, přes fyzikální koncepci strukturního přetváření. Druhý případ např. reprezentují pružněplastické teorie (vliv času se v této práci neuvažuje). Předpokládá se, že postupně s růstem napětí se zeminy chovají pružně, vrtně a posléze plasticky (tzv. model s třemi plochami tuhosti, vymezenými vrstevnicemi stálé přetvárné energie - Burland a Georgiannou, 1991). Lze ukázat, že pružné chování je omezeno na napjatost řádově několika kPa. Uvedený model lze proto redukovat

na plochy dvě - plasticity a mezního stavu, jako je tomu v tradičních teoriích plasticity s izotropním a anizotropním zpevňováním. V krajním případě může představovat mezní stav přímka kritického stavu. Tak je tomu v teorii Cam-jílu, která má mezi realistickými teoriemi plasticity zemin historický primát (1958) a dodnes z ní vycházejí složitější teorie.

Jiná strukturální koncepce vede k multilaminárnímu konstitučnímu vztahu: celkové přetvoření vzorku se pokládá za sumaci lokálního pružněplastického přetvoření na velkém počtu rovin, které vzorek myšleně prostupují. Konečně přirozenou nehomogenitu každého vzorku (lokálně proměnlivá pórovitost, vlhkost atd.) lze zjednodušeně modelovat (v prvním případě) předpokladem složení vzorku z oblastí velmi kypřích a velmi ulehčých a aplikovat perkolační teorii (Feda, 1993). Pružnostní formulace konstitučních vztahů může být do jisté míry oprávněna jen tehdy, zavádí-li se anizotropie, a tím i křížové efekty (dilatance, kontraktance).

Ze všech těchto přístupů se v dalším referuje jen o laboratorním testování trojosými zkouškami dvou modelů relativně jednoduchých, a proto slibných z praktického hlediska. Testovaný vzorek se musí při takových zkouškách přetvářet homogenně s vyloučením všech parazitních vlivů a být podroben různým drahám napětí. Prvého požadavku se dosahuje tím, že základny válcového vzorku jsou hladké (tzv. *element tests*, vzorky lze pokládat za prvky) a uplatňují se další opatření (Boháč et al., 1993), druhý vyžaduje automatizaci celého procesu zkoušení (Herle et al., 1993).

Model Cam-jílu

Model navrhl a rozpracoval Roscoeův tým v Cambridgi asi před 25 lety. Má dvě varianty -původní a modifikovanou. Obě se liší zákonem normality, odvozeným z různého předpokladu o přírůstku rozptýlené (plastické, disipativní) deformační energie. Z tohoto zákona se odvozuje plastický potenciál (logaritmická křivka a elipsa v oktaedrické rovině v prvním a v druhém případě), totožný s plochou plasticity (teorie je sdružená). Zákon zpevňování vychází z křivky izotropní objemové stlačitelnosti. Pružná složka smykového přetvoření se zanedbává.

Tak lze dospět pro původní model k následujícím vztahům:

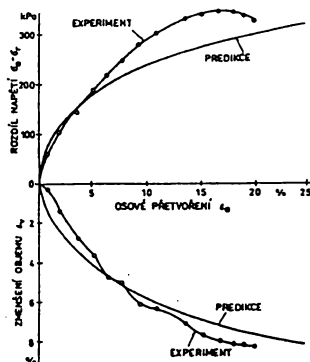
$$\delta \varepsilon_p = \frac{1}{1+e} \left[\frac{\lambda - \kappa}{M} \delta \eta' + \lambda \frac{\delta p'}{p'} \right] \quad (1)$$

$$\delta \gamma = \frac{\lambda - \kappa}{1+e} \left[\frac{\delta \eta'}{M} + \frac{\delta p'}{p'} \right] \frac{1}{M - \eta'} \quad (2)$$

kde $M = 6 \sin \varphi' / (3 - \sin \varphi')$, $\eta' = q/p'$, λ a κ jsou moduly stlačitelnosti a odlehčení při izotropním zatížení, φ' kritický úhel vnitřního tření, e počáteční (referenční) číslo pórovitosti, $\varepsilon_c = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r$, ε_a a ε_r je osové a radiální přetvoření vzorku (v triaxiálu), $\gamma = 2(\varepsilon_c - \varepsilon_r)/3$, $q = \sigma_a - \sigma_r$, $p' = (\sigma_a' + 2\sigma_r')/3$, σ_a a σ_r osové a radiální napětí, čárka znamená efektivní napětí a δ přírůstek.

Přes svou jednoduchost (4 parametry) má model Cam-jílu široké uplatnění (Gens a Potts, 1988).

Na obr. 1 je příklad testování modifikovaného modelu Cam-jílu. Ačkoliv zkoušený materiál, a rozdíl od rekonstituovaného jílu, pro nějž byl model Cam-jílu odvozen, je úlomkovitý a deformuje se nejen texturně (klouzání fragmentů), ale i kataklasticky (drcení úlomků), model v pracovním oboru



Obr. 1. Srovnání výsledků laboratorních zkoušek jílové sypaniny s predikcí podle modifikovaného modelu Cam-jílu.

dobře vyhovuje. Kataklastické deformace se projevují zvláštním křivky objemového přetváření.

Na obr. 2 je obdobná predikce pro trojosou zkoušku spraše. V tomto případě jde o siltovitou zeminu se značným podílem prachových částic, představující přechodný typ k sypkým zeminám. Ukazuje se, že model je třeba korigovat, aby se dosáhlo uspokojivé shody. Velikost plastického přírůstku $\delta\epsilon_p$ se zvětší o $\alpha_r \delta\gamma$, takže

$$\delta\epsilon_p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \frac{M - \eta'}{M - \eta' + \alpha_r} \left(\frac{\delta\eta'}{M} + \frac{\delta p'}{p'} \right) \quad (3)$$

a obdobně se koriguje $\delta\gamma$ pomocí korekčního parametru α_r . Uvedené korekce doplňují zákon zpevňování o zpevňování smykové, typické pro sypké zeminy. Z řady zkoušek spraše lze odvodit průměr $\alpha_r = 0,55$ a $\alpha_r = 0,07$ (Herle, 1991).

Hypoplastický model

Model navrhl Kolymbas a dále rozpracoval se svými spolupracovníky v Karlsruhe v 80tých letech. Model se stále zdokonaluje. Ze základního vztahu

$$\dot{T} = g(T, D) \quad (4)$$

kde $\dot{T}$ je Jaumannovu derivaci tenzoru napětí (co-rotated stress rate), g nelineární tenzorová funkce (pro hypoelastický vztah je lineární) a T a D jsou tenzory napětí a rychlosti (přírůstek) přetvoření. Uvedený vztah lze rozvinout do tvaru

$$\dot{T} = C_1 (\text{tr} T) D + C_2 \frac{\text{tr}(TD)T}{\text{tr} T} + \left(C_3 \frac{T^2}{\text{tr} T} + C_4 \frac{T^2}{\text{tr} T} \right) \sqrt{\text{tr} D^2} \quad (5)$$

$$T^* = T - \frac{1}{3} (\text{tr} T) I \quad (6)$$

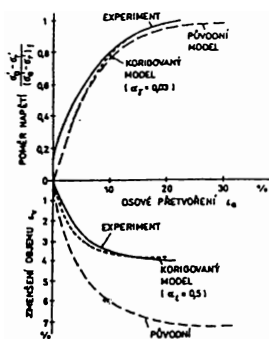
kde C_1 až C_4 jsou bezrozměrné parametry a I je jednotkový tenzor.

V hypoplastickém vztahu se přírůstek přetvoření nediferencuje na vratnou a nevratnou složku. Nedostatkem je případná termodynamická nekorektnost a značně formální koncepce. Další nevýhodou je i absence povrchového poklesu napětí. Dokonalejší verze modelu umožňuje zachytit i vliv pórovitosti písků, úroveň napětí a, pomocí strukturálního tenzoru, realisticky zobrazit cyklické zkoušky (Herle, 1992). Snahy zobecnit model ho však značně komplikují. Obr. 3 a 4 srovnává trojosé zkoušky středně zrnitého zbraslavského písku s hypoplastickou predikcí. Je patrné, že predikce (znak h) dobře aproximuje spektrum experimentálních dat (přesek různé pórovitosti) u vzorků, které mají charakter prvků (znak e). Vzorky s drsnou základnou (znak d) predikci vyhovují podstatně hůře, zvláště v případě objemového přetváření - rozptýl experimentálních výsledků značně přesahuje predikční spektrum. Obr. 4 tak názorně dokládá nezbytnost, testovat konstituční vztahy pomocí zkoušek prvků.

Závěr

Experimenty ukazují, že i jednoduché čtyřparametrické konstituční vztahy mají pozoruhodnou predikční schopnost, která je pro pracovní zatížení v mnoha praktických případech přijatelná.

Vzorky s osově symetrickou napjatostí (triaxiál, edometr) zpravidla dostačují pro testování



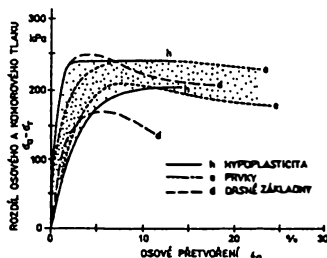
Obr. 2. Srovnání výsledků laboratorních zkoušek rekonstituované spraše s predikcí podle původního a korigovaného konstitučního modelu Cam-jiu.

konstitučního chování i za obecného stavu napjatosti. Podle některých výsledků (Lade) je předpověď chování při trojosé tlakové zkoušce nejobtížnější. Přesto je vhodné testování rozšířit alespoň na stav rovinného přetváření (biaxiál), a tak dosáhnout přiměřené redundance.

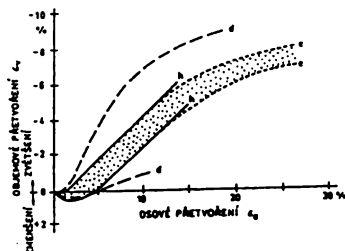
Modely Cam-jílu mohou předpovídat i chování zemin s kataklastickou strukturní deformací (což je jejich významnou extenzí), pokud smykové zpevnění nehraje větší roli. Tak je tomu však již u siltů (spraš), kde je třeba model korigovat s ohledem na tuto složku zpevnění.

Existuje řada alternativních formulací konstitučních vztahů. Ve složitějších případech a při strukturní interpretaci konstitučního chování se zdá vhodné formální vztahy, jako je třeba hypoplastický, nahradit vztahy fyzikálně lépe podloženými.

Mají-li se konstituční vztahy testovat kvantitativně, jsou náročné laboratorní zkoušky (automatizace, absence parazitních vlivů, ploché vzorky 1:1, zkoušky prvků atd.) nezbytné. Inverzní numerické analýzy přibližně zjednodušují a nebývají jednoznačné. Mohou však mít kvalitativní význam.



Obr. 3. Srovnání spektra pracovních diagramů CID trojosých zkoušek vzorků zbraslavského píska s predikcí podle hypoplastického konstitučního modelu.



Obr. 4. Srovnání závislosti trojosého objemového a osového přetvoření vzorků na obr. 3 s hypoplastickou predikcí (označen jako na obr. 3).

Literatura

- Boháč J., Feda J. a Herle I. (1993). Měření konstitučních parametrů zemin v trojosém přístroji. Příspěvek otištěný v tomto sborníku.
- Burland J. B. a Georgiannou V. N. (1991). Small strain stiffness under generalized stress changes. Proc. X. ECSMFE, Firenze, 1: 41-44.
- Feda J. (1978). Stress in subsoil and methods of final settlement calculation. Elsevier, 216 str.
- Feda J. (1993). Stress path dependent shear strength of a sand. JGED ASCE - přijato k uveřejnění.
- Gens A. a Potts D. M. (1988). Critical state models in computational geomechanics. Eng. Comp. 5: 178-197.
- Herle I. (1991). Modely Cam-jílu. Modelování triaxiálních zkoušek rekonstituované spraše. Výzk. zpráva ÚTAM ČSAV - grant č. 27114, 76 str. + 6 příl.
- Herle I. (1992). Jednoosé a dvojosé zkoušky se sypkými látkami a jejich numerická simulace hypoplastickým modelem. Výzk. zpráva ÚTAM ČSAV - grant č. 27114, 73 str.
- Herle I., Boháč J. a Feda J. (1993). Automatické řízení laboratorních zkoušek zemin. Příspěvek otištěný v tomto sborníku.

Výsledků, o nichž se referuje, se dosáhlo v rámci grantu č. 27114 AVČR.

Doc. Ing. Jaroslav Feda, DrSc., Ing. Ivo Herle a Ing. Jan Boháč
Ústav teoretické a aplikované mechaniky AVČR, Vršehradská 49, 128 49 Praha 2
Tel: 02-293936, Fax: 02-295903