EAN 93
31. konference o experimentální analýze napětí
25.–27.5.1993 Měřín ČESKÁ REPUBLIKA

GLOBAL COLLOCATION METHOD FOR DETERMINATION OF STRESSES AND DISPLACEMENTS IN FINITE CRACKED PLATES
POUŽITÍ METODY GLOBÁLNÍ KOLOKACE PŘI URČENÍ NAPJATOSTI V DESKÁCH S TRHLINOU

Marvalová B.

Finite rectangular plates with a crack emanating from a circular hole are solved by using the complex variable function. Plates are subjected to a uniform tension on outer boundaries. Boundary collocation method and a procedure based on the minimum potential energy principle are used. Results are ameliored by global collocation using data from photoelastic experiments.

Různá lomová kriteria lineární lomové mechaniky vycházejí z rozložení napětí a deformací v okolí kořene trhliny. Většinou se používá, tzv. singulární řešením, které vychází z analysy napjatosti v nekonečné desce s trhlinou. Nevýhodou tohoto přístupu je to, že faktory intensity napětí pro nekonečnou desku jsou nižší než pro desku konečných rozměrů. Tento nedostatek se zejména projevuje v případech, kdy se trhlina nachází v oblasti s koncentrací napětí - vybíhá z okraje otvoru ap. Z těchto důvodů je potřebné stanovit rozložení napětí a deformací v součástech konečných rozměrů s trhlinou.

V konstrukcích tvořených tenkými deskami a skořepinami s otvory, ze kterých trhlina může vybíhat, je nutné vyhodnotit vliv těchto otvorů na hodnotu faktoru intensity napětí a naopak vliv trhliny na součinitel koncentrace napětí na okraji otvoru.

K určení napjatosti v konečných deskách byla použita teorie funkce komplexní proměnné. Řešení vychází z komplexních potenciálů, které splňují podmínky rovnováhy a kompatibility v oblasti S desky, podmínku nezatíženého okraje trhliny a podmínku jednoznačnosti posuvů, je-li oblast S vícenásobně souvislá. Zbývá tedy splnit podmínky na okraji desky a k tomu je používána kolokační metoda, nebo metoda minima deformační energie soustavy.

K vyhodnocování fotoelasticimetrických měření v oboru lomové mechaniky je používána řada procedur, které umožňují výpočet faktoru intensity napětí z obrazu izochromatických čar. Většina z nich vychází ze Sihova singulárního řešení a k vyhodnocení se využívá pouze několika bodů na izochromátách.

Nový přístup k tomuto problému přinesla práce Sanforda a Kirka [1], ve které jsou kombinovány okrajové podmínky desky s podmínkami pro rozdíl hlavních napětí na izochromátách. Vzniká tím hybridní procedura, t.zv. globální kolokace, která přináší podstatné zpřesnění kolokační metody, neboť využívá dat z oblasti velkých změn napětí a zároveň umožňuje využít v daleko větší míře velkého objemu informací, které fotoelasticimetrický pokus nabízí.

Výsledkem vyhodnocení pokusu touto procedurou nemusí již být jen hodnota faktoru intensity napětí, jak je tomu u ostatních metod, ale získáváme i hodnoty koeficientů komplexních potenciálů, které umožňují určit průběh napětí a deformací v celém rozsahu desky.

V numerickém výpočtu byly použity podmínky pro hlavní vektor sil na vnějším okraji desky, které tvoří přeurčenou soustavu lineárních rovnic, spolu s podmínkami pro τ_{max} na izochromátách, které jsou nelineární. K řešení byla použita Newtonova iterace spolu s podmínkou minima čtverců odchylek. V každém iteračním kroku je pak nutno řešit přeurčenou soustavu lineárních rovnic, k tomu byl použit tzv. QR-rozklad matice soustavy na ortogonální a trojúhelníkovou matici.

Pro experimentální ověření byly zhotoveny vzorky z desek odlitých z epoxidové pryskyřice. Z materiálu s optickou citlivostí $f_\sigma = 11.6kPam/řád$ byla zhotovena deska o rozměrech $255 \times 182 \times 9.5mm$ s excentrickým kruhovým otvorem $r = 5mm$ a s trhlinou, jejíž délka byla zvětšována mezi jednotlivými měřeními. Vzorky velmi podobného typu jsou nyní používány v laboratoři KMP k výzkumu dynamiky lomu. Zatěžující síla byla přenášena prostřednictvím lištových čelistí na příložky vlepené oboustranně do drážek v desce. Bylo použito zatěžovacího jednoosého rámu [2] který je součástí vybavení laboratoře KMP. Síla byla měřena tenzometricky pomocí trubkového dynamometru.

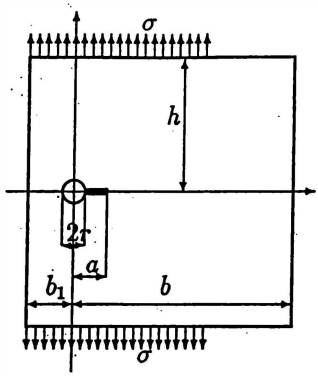
Na obrázku (2) jsou srovnány vypočtené izochromáty s experimentálním záznamem. Je zde patrná velmi dobrá shoda numerického řešení a experimentu.

Měření bylo uskutečněno pro délky trhliny $a = 10, 15, 20, 25, 35mm$ a šířku $b_1 = 25mm$. Souřadnice izochromát byly odečítány ze zvětšených negativů.

Pro tyto případy byly vypočteny faktory intensity napětí K_I pomocí ko-

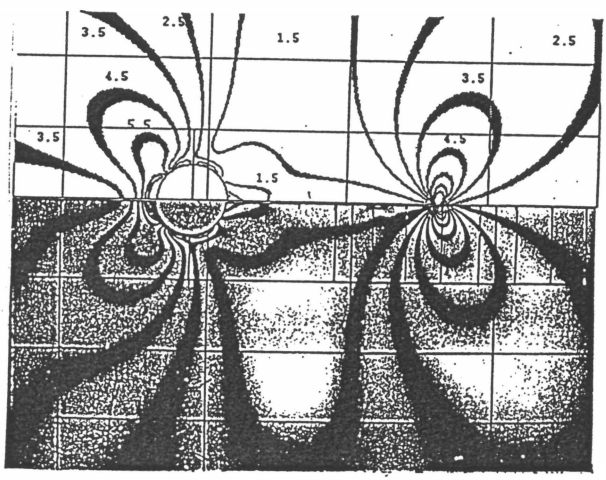
[1] Sanford R.J., Kirk M.T., Exp. mech 31(1991), no 1,52-59

[2] Humen V.,Stříž B.,Vejvoda J., Strojírenství 31(1981),9



Obr. 1: Deska s excentrickým otvorem

eficientů komplexních potenciálů určených kolokací z podmínek pro hlavní vektor na okrajích desky. Globální kolokací, kdy okrajové podmínky byly spojeny s podmínkami pro τ_{max} na experimentálních izochromátách, byly tyto koeficienty zpřesněny.



Obr. 2: Srovnání vypočtených a experimentálních izochromát

Tabulka I

Deska s excentrickým otvorem a s trhlinou

$KI = KI_{skut}/\sigma$

a	KI_{okr}	n	KI_{gl}	Δ^2	KI_{San}	σ_{ox}
10	8.40	94	8.67	0.007	7.94	1.21
15	9.43	60	9.54	1.597	6.85	1.53
20	10.35	86	11.70	0.450	9.01	1.28
25	11.34	124	10.90	0.190	11.07	1.14
35	13.00	149	11.03	0.798	12.01	1.10

Pro srovnání byly z experimentálních údajů vyhodnoceny K_I pomocí přeurčené metody[3], výsledky jsou uvedeny v tabulce I (n=počet bodů na izochromátách).

Charakter vypočtených a experimentálně určených izochromát pro zvolené typy desek je shodný. Kvantitativní rozdíly se objevují zejména u izochromát v blízkosti kořene trhliny, kdy vypočtené proužky jsou blíže kořeni. Rozdíly jsou tím větší, čím blíže je kořen trhliny tvarové změně (hraně, otvoru ap.). Tento rozpor lze odstranit pomocí globální kolokace, podmínkou úspěchu je však přesné určení polohy izochromát v blízkosti kořene trhliny.

V oblasti velkého gradientu napětí vede nepřesná lokalisace izochromát k velkým odchylkám, které nepříznivě ovlivní průběh iterace i výsledek výpočtu. Při "ručním" vyhodnocování polohy izochromát bylo nutné se vzdát bodů v blízkosti kořene. Použití fotometru s digitalisací by tento problém do značné míry vyřešilo.

Vyhodnocení experimentu a tedy i výsledek globální kolokace jsou ovlivněny i chybami při určení konstanty optické citlivosti materiálu vzorků a zatěžující síly, dále se zde projevují i nepřesnosti při záznamu a reprodukci obrazu izochromát. Metody vyhodnocení obrazu izochromát v okolí kořene trhliny jsou na KMP stále zpřesňovány[4]v souvislosti s výzkumem dynamiky lomu.

Marvalová Bohdana,Ing., KMP, VŠST, Hálkova 6, 461 17 Liberec

[3]Sanford R.J., Dally J.W., Engng.Fract.Mech. 11(1979), no 4, 621-634

[4]R.Vrzala ve své kandidátské disertační práci Metoda konečné desky z r.1989 řeší mj. přeurčenou soustavu nelineárních rovnic pro experimentální body na izochromátách minimalisací chybové funkce metodou Monte Carlo spolu s Newtonovou metodou.