EAN '94

32th Conference of Experimental Stress Analysis
32. konference o experimentální analýze napětí
30. 5. - 2. 6. 1994 VŠST Liberec Czech Republic

# NONLINEAR DEPENDENCE ON TENSION AND DEFORMATION

# NELINEÁRNA ZÁVISLOSŤ MEDZI NAPÄTÍM A PRETVORENÍM

Hroncová Z.

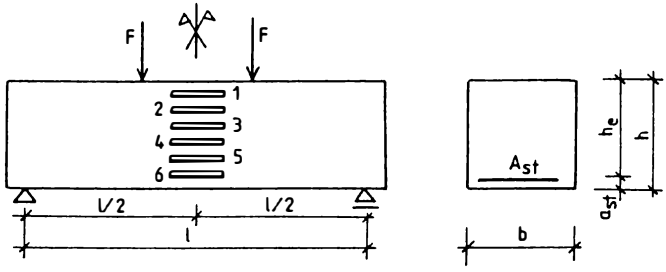
In the paper the autor presents the results of the tests of reinforced concrete beams. Nonlinear dependence between stress and deflection was derived. The method of the partial results by using of non-dimensional arguments was applied.

## ÚVOD

Príspevok ukazuje možnosť využitia merania pomerného pretvorenia betónu $\varepsilon_b$ na získanie nelineárnej závislosti medzi napätím a pretvorením. Získané závislosti sa využijú na určovanie vnútorných silových veličín prierezu železobetónového nosníka namáhaného ohybovým momentom. Príspevok naväzuje na [1] a [2].

## 1. EXPERIMENT

Majme vyrobený železobetónový nosník obdĺžnikového prierezu rozpätia l podľa obr. 1, ktorý zaťažujeme dvoma osamelými bremenami až do porušenia .




obr. 1

V prierezu uprostred nosníka v bodoch 1,2 ... až 6 sledujme v jednotlivých fázach zaťaženia tenzometrami zmeny pomerného pretvorenia betónu $\varepsilon_b$ a v mieste betonárskej výstuže tiež pomerné pretvorenie výstuže $\varepsilon_s$. Spracovanie získaných veličín uvádzame v ďalšej časti príspevku.

## 2. SPRACOVANIE NAMERANÝCH HODNÔT $\varepsilon_b$,$\varepsilon_s$ ZÍSKANÝCH EXPERIMENTOM

### *2.1 Vyrovnanie nameraných hodnôt $\varepsilon_b$ a $\varepsilon_s$*

Z hodnotenia výsledkov sa potvrdila vhodnosť náhradnej krivky pre vyrovnanie hodnôt $\varepsilon_b$ ($\varepsilon_s$) v nasledovnom obecnom tvare:

$$\varepsilon_b = A \cdot F^x \tag{1}$$

kde $\varepsilon_b$ ($\varepsilon_s$) je sledovaná veličina pomerného pretvorenia betónu (výstuže), A je konštanta, F je zaťažovacia sila, x je exponent získaný aproximáciou.

O vhodnosti náhradnej krivky vždy rozhodne index korelácie.

### *2.2 Pomerné pretvorenie betónu sledované v horných tlačených vláknach*

Na získanie uvedenej závislosti využijeme metódu čiastkových výsledkov, ktorá na vyjadrenie matematickej empirickej závislosti využíva bezrozmerové argumenty (BA).

Sledovaná veličina $\varepsilon_b$ je priamo bezrozmerovou veličinou; označme ju písmenom $\pi_0$. Keďže $\varepsilon_b$ sledujeme v rôznych fázach zaťažovacieho momentu M, označme písmenom $\pi_1$ BA v ktorom ohybový moment M vystupuje ako reprezentant. Bezrozmerový argument podľa [1] má nasledovný obecný tvar:

$$\pi_1 = \left(\frac{M}{h^3 E_b}\right) \tag{2}$$

kde M je zaťažovací moment, h je výška nosníka, $E_b$ je modul pružnosti betónu.

Metódou čiastkových výsledkov dostaneme pre $\varepsilon_b$ obecnú závislosť v tvare:

$$\pi_0 = \Phi(\pi_1) \Rightarrow \pi_0 = \varepsilon_b = A\left(\frac{M}{h^3 E_b}\right)^a, \tag{3}$$

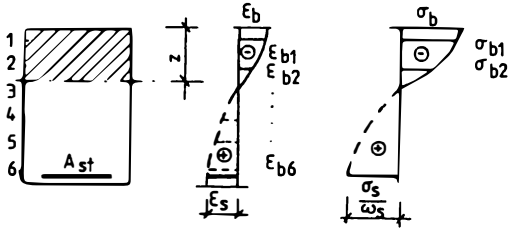
kde A je konštanta, a je exponent - obe veličiny sú získané aproximáciou, ostatné veličiny ako vo výraze (2).

V ostatných bodoch, rozmiestnených po výške prierezu nosníka závislosť $\varepsilon_b$ získame obdobným spôsobom, čo možno vyjadriť v obecnom tvare:

$$\varepsilon_{bi} = A_i\left(\frac{M}{h^3 E_b}\right)^{a_i}, \tag{4}$$

pričom i vyjadruje index sledovaného bodu prierezu nosníka.

Získaný priebeh $\varepsilon_b$, po výške prierezu železobetónového nosníka, má nelineárny priebeh podľa obr. 2.




obr. 2

Z hodnotenia série nosníkov sa pre $\varepsilon_b$ ,sledované po výške prierezu, ukázala vhodná náhradná krivka v obecnom tvare:

$$\varepsilon_b = a_0 + a_1 z_i + a_2 z_i^3 \ , \qquad (5)$$

kde $a_0$, $a_1$, $a_2$ sú konštanty získané aproximáciou, $z_i$ je vzdialenosť jednotlivých bodov od horného tlačeného okraja betónu.

### *2.3 Závislosť napätie - deformácia*

Keďže napätie $\sigma_b$ priamo nemeriame, na jeho vyjadrenie využijeme závislosť z teórie pružnosti, v ktorom opäť vystupuje ohybový moment, ktorý je meniacou veličinou, tj. reprezentantom. BA má nasledovný tvar:

$$\pi_2 = \left(\frac{M}{I_{iz}} . z \frac{1}{E_b}\right) = \left(\frac{\sigma_b}{E_b}\right), \qquad (6)$$

kde $I_{iz}$ je moment zotrvačnosti náhradnej ideálnej plochy ideálneho prierezu (osový kvadratický moment), z je vzdialenosť neutrálnej osi od tlačeného okraja betónu, ostatné veličiny ako u výrazu (2).

S využitím závislosti (3) a (6) môžeme $\varepsilon_b$ vyjadriť nasledovnou závislosťou:

$$\varepsilon_b = A \left(\frac{M}{h^3 E_b}\right)^a = A_1 \left(\frac{M}{I_{iz}} z . \frac{1}{E_b}\right)^a = A_1 \left(\frac{\sigma_b}{E_b}\right)^a \qquad (7)$$

Z výrazu (7) dostáváme výsledný vzťah pre vyjadrenie závislosti medzi napätím a pomerným pretvorením:

$$\sigma_b = E_b \sqrt[a]{\frac{\varepsilon_b}{A_1}} \qquad (8)$$

Treba však poznamenať, že závislosť (3) resp. (7) je podľa [3] zhora obmedzená podmienkou spoľahlivosti

$$\varepsilon_b = \leq \varepsilon_{bm} = 2{,}5 \ . \ 10^{-3} \ [-] \ . \qquad (9)$$

### *2.4 Závislosť napätie - deformácia v mieste betonárskej výstuže*

Závislosť pomerného pretvorenia výstuže v jednotlivých zaťažovacích fázach možno vyjadriť obecnou závislosťou:

$$\varepsilon_s = A_s (\pi_3)^{m_1} = A_s \left(\frac{\sigma_s}{E_s}\right)^{m_1}, \qquad (10)$$

kde $A_s$ je konštanta, $m_A$ exponent získaný aproximáciou.

Platnosť výrazu (10) je podľa [3] opäť zhora obmedzená podmienkou spoľahlivosti ohýbaného železobetónového prierezu.

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{s,m} = 0{,}010 \ [-] \ . \qquad (11)$$

Z výrazu (10) osamostatnením $\sigma_s$ dostaneme výslednú závislosť pre sledované napätie $\sigma_s$ :

$$\sigma_s = E_s \sqrt[m_1]{\frac{\varepsilon_s}{A_s}} . \qquad (12)$$

Priebeh napätí $\sigma_b$ a $\sigma_s$ je vykreslený na obr. 2.

## 3. VÝPOČET VNÚTORNÝCH SILOVÝCH VELIČÍN A MOMENTOV ODPOVEDAJÚCIM NAMERANÝM PRETVORENIAM

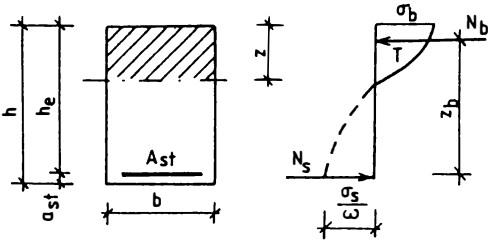
Sila v betóne: $N_b = \int_0^z \sigma_b(z) \, b.dz$ (13)

Sila vo výstuži: $N_{st} = \sigma_s \ . \ A_{st}$ (14)

Správnosť získaných výsledkov overíme podmienkami:

$$N_b = N_s \; ; \qquad M = M_d \; ; \tag{15}$$

kde $N_b$ ($N_s$) sú vnútorné sily betónu (vo výstuži), M je ohybový moment vnútorných síl ($M = N_b \cdot z = N_s \cdot z$); $M_d$ je ohybový moment odpovedajúci sledovanému skúšobnému zaťaženiu.




obr. 3

## 4. ZÁVER

Výsledky získané na nosníkoch potvrdili vhodnosť použitého spôsobu spracovania nameraných veličín.

Metodika umožňuje spočítať pre ľubovoľné zaťaženie (v rozsahu sledovanom experimentom) rozhodujúce parametre: pomerné pretvorenie betónu, výstuže, s ktorými podľa teórie medzných stavov podľa [3] vstupujeme do podmienky spoľahlivosti (vzťahy (9),(11)).

Musíme však poznamenať, že prierez namáhaný ohybovým momentom spĺňa podmienky spoľahlivosti, ak sú súčasne splnené i obmedzujúce podmienky t.j.:

$$|\omega| \le \omega_{lim} \; ; \; |M_d| \le M_m ; \; w \le w_{lim} \quad , \tag{16}$$

kde je $\omega$ ($\omega_{lim}$) je hodnota (medzná) pretvorenia, $M_d$ je moment od skúšobného zaťaženia, $M_m$ je moment na medzi porušenia prierezu, w je šírka trhlín kolmá k ose povrchu, $w_{lim}$ je medzná šírka trhliny.

## POUŽITÁ LITERATÚRA


[1] HRONCOVÁ,Z.- HARANT,M.: Vyhodnotenie experimentálnych dat pomerného pretvorenia betónu. Zborník prednášok EAN 92, ČVUT Praha 1992, str. 87-92

[2] HRONCOVÁ,Z.- HARANT,M.: Podiel veličín na pomernom pretvorení betónu vyplývajúceho z experimentu. Zborník prednášok EAN 1993, Měřín 1993, str. 123-126

[3] ČSN 73 1201/86a - Navrhování betonových konstrukcí

[4] JÍLEK,A.- GRENČÍK,L.- NOVÁK,V.: Betonové konstrukce I.díl. SNTL/ALFA Praha 1981

[5] SERVÍT,R.- DOLEŽALOVÁ,E.- CRHA,H.: Teória pružnosti a plasticity I. SNTL/ALFA Praha 1981

[6] HRONCOVÁ,Z.: Nelineárna aproximácia vzťahov medzi poľom napätí a poľom deformácie. Inžinierske stavby 3-1986, str. 149-155.



Zora Hroncová / Ing. CSc.
VŠDS, Stavebná fakulta, Moyzesova 20, 010 26 Žilina,
č.t. 21781/180, FAX 54384