

EXPERIMENTÁLNÍ A VÝPOČTOVÁ ANALÝZA SVAŘOVANÝCH ROŠTŮ V PLASTICKÉM STAVU

EXPERIMENTAL AND ANALYTIC ANALYSIS OF THE WELDED LATTICE IN PLASTIC STATE

Jiří Michalec, Milan Růžička, Jan Řezníček¹

Abstract:

This paper describes analysis of the plastic limit state of a lattice frame. These frames are tested by the ČSN EN 124 norm under the static and cyclic loading. The analytic analysis of the beam in bending in the plastic area as a main part of the lattice frame is described. The both material models, with and without marked yield strength, were taken into account. A similar analysis was done using the FE-analysis. The analytical and FE-results were compared with the experimental data. The experimental tests included the strain analysis and deformation measurement on the beams and on the lattice frame. It turned out that the velocity of the loading has an influence on the plastic deformation of the lattice. The computer program for design of lattice grids of different sizes (the cutting-edge spacing, the dimensions of the beams) as well as of different materials was compiled.

Klíčová slova: *plasticita, obyč nosníků, experimentální analýza deformací, plastické deformace, zbytková deformace*

1. Úvod

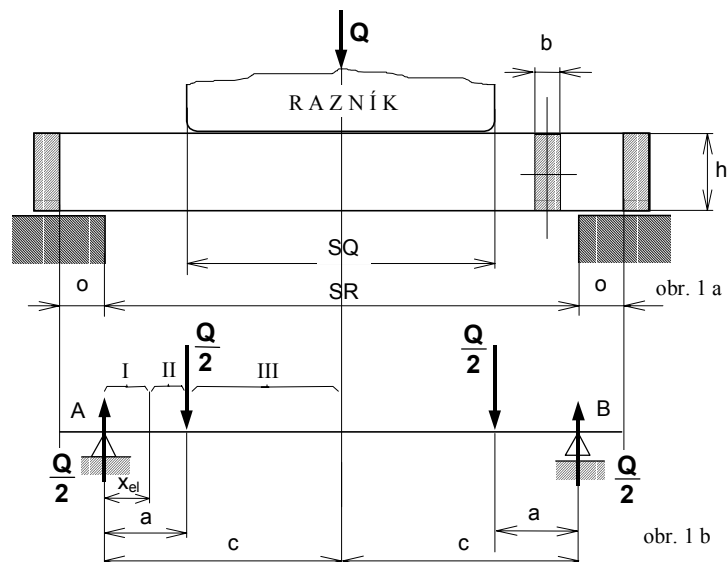
Pro účely zakrytí drážek a odvodných kanálů se pro stavebnictví vyrábějí svařované rošty. Rošty jsou tvořeny příčkami z válcovaných prvků obdélníkového průřezu, které jsou vevářeny do obdélníkového rámu. Únosnost roštů je zkoušena podle normy ČSN EN 124. Uvedená norma předepisuje statické i cyklické zatěžování (5 kmitů) do stanovené síly. Připouští sice po odlehčení vznik trvalých deformací, ale jejich maximální hodnota je normou přesně definována. Snaha po efektivním konstruování a využití materiálu roštů různých rozměrů nastoluje požadavek výpočtového stanovení mezní síly a trvalých deformací základního prvku roštu při zkušebním zatěžování. Požadavek vývoje metody výpočtu, jeho experimentálního ověření, spolu s vytvořením výpočetního programu se stal hlavním cílem řešení problému.

2. Analytické řešení

Základní prvek roštu tvoří podle obr. 1a příčka roštu. Tu můžeme pokládat za staticky určitý nosník symetricky zatížený a podepřený v místech předpokládaného kontaktu příčky při jejím prohnutí. Elastické deformace příčky jsou všeobecně známé a v literatuře podrobně popsány, a proto se jimi nebudeme zabývat. Řešení v elastoplastickém stavu bude podrobně

¹ Doc. Ing. Jiří Michalec, CSc., Doc. Ing. Milan Růžička, CSc., Ing. Jan Řezníček, CSc.
ČVUT v Praze, fakulta strojní, Technická 4, 166 07 Praha 6. E-mail: michalec@fsid.cvut.cz

popsáno v článku [1]. Zde uvedme stručný postup. Polovinu řešeného nosníku rozdělíme na tři pole podle obr. 1. Řešení bude záviset na konkrétním materiálovém modelu. Ten byl navržen na základě výsledků rozsáhlých materiálových zkoušek pro dva typy používaných ocelí (pro ocel 11 523 a pro nerezovou ocel 17 241). Materiálový výpočtový model oceli 11 523 je na obr. 2 a konkrétní zjištěné materiálové konstanty udává tabulka Tab. 1. Ocel 17 241 byla popsána analogickým modelem, avšak bez výrazné meze kluzu (chybí oblast A).



obr. 1 Princip zkoušení roštů a nosníkový model příčky roštu

Hodnota $\varepsilon_{\max}$ odpovídá poměrné deformaci v krajním vláknu nosníku pod razníkem (obr. 1a).

Dále byly zavedeny dvě konstanty poměrů mezních prodloužení $k_{eps} = \frac{\varepsilon_{kz}}{\varepsilon_k}$ a $k_{EZ1} = \frac{\varepsilon_{EZ1}}{\varepsilon_k}$.

Řešení je třeba hledat ve třech polích modelu nosníku (obr.1) a to pro tři oblasti použitého typu materiálového zpevnění (oblasti A, B a C, viz obr.2)

- **V poli I s intervalem $0 \leq x \leq x_{el}$** je nosník v elastickém stavu a deformace lze řešit ze

$$\text{vztahů} \quad \varphi^I(x) = -\frac{Qx^2}{4EJ} + C_1, \quad y^I(x) = -\frac{Qx^3}{12EJ} + C_1x + C_2.$$

Horní hranici intervalu x_{el} určíme z podmínky, kdy v místě $x = x_{el}$ je v krajním vláknu

nosníku dosaženo napětí o velikosti meze kluzu σ_k :
$$x_{el} = \frac{\sigma_k \cdot bh^2}{3Q}.$$

- **V poli II s intervalem $x_{el} \leq x \leq a$** začíná postupná plastizace průřezu nosníku s výškou elastického jádra $e(x)$. Diferenciální rovnice průhybové čáry má v tomto poli tvar

$$y''(x) = -\frac{2\sigma_k}{E \cdot e(x)}$$

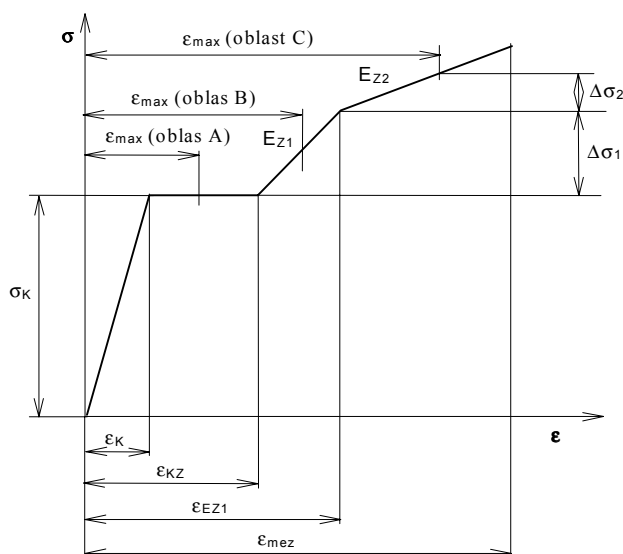
Na konci pole II je dosaženo konečné hodnoty výšky elastického jádra. Poměr $e(x=a)$ ku

výšce průřezu h udává stupeň plastizace průřezu
$$P_e = \frac{e(x=a)}{h}.$$

- V poli III s intervalem $a \leq x \leq c$ je ohybový moment konstantní a rovněž tak i výška elastického jádra, pro kterou platí $e(x) = h \cdot P_e = konst$, takže dostáváme pro deformace v poli III vztahy

$$\varphi'''(x) = -\frac{2\sigma_k}{EhP_e} \cdot x + C_5 \quad ; \quad y'''(x) = -\frac{\sigma_k}{EhP_e} \cdot x^2 + C_5 \cdot x + C_6$$

Je zřejmé, že pro každou materiálovou oblast řešení, je třeba definovat okrajové podmínky a řešit soustavu 6 lineárních rovnic, z nichž dostaneme odpovídající integrační konstanty. Potom můžeme určit úhel natočení nebo průhyb v libovolném místě nosníku. Pro maximální průhyb uprostřed nosníku a pro úhel natočení v podpoře potom dostaneme



Tab. 1 Materiálové parametry oceli 11 523

PARAMETR	OZNAČENÍ	HODNOTA
Modul pružnosti	E [MPa]	200 000
Modul zpevnění 1	E _{Z1} [MPa]	110 000
Modul zpevnění 2	E _{Z2} [MPa]	3 600
Mez kluzu	σ _k [MPa]	365
Mez pevnosti	σ _p [MPa]	587
Poměr ε _{kz} /ε _k	k _{eps} [1]	3,6
Poměr ε _{EZ1} /ε _k	k _{EZ1} [1]	4,0
Poissonova konstanta	μ [1]	0,3
Mezná deformace	ε _{mez} [%]	4,66

obr. 2 Materiálový model oceli 11 523

- pro oblast A oblasti bez zpevnění

$$y_{\max} = y'''(x=c) = \frac{\sigma_k}{Eh} \cdot \left\{ \frac{c^2}{P_e} + a^2 \cdot \left[\frac{8}{3} \cdot \frac{(5-P_e^3)}{(3-P_e)^2} - \frac{1}{P_e} - \frac{4P_e}{(3-P_e)} \right] \right\}$$

$$\varphi_A = \varphi'(x=0) = \frac{2\sigma_k}{Eh} \cdot \left[\frac{(c-a)}{P_e} + a \cdot \frac{(3-2P_e)}{(3-P_e^2)} \right], \text{ kde } P_e = \sqrt{3 - \frac{6aQ}{bh^2\sigma_k}}$$

$$Q_{ipz} = \frac{bh^2 \cdot \sigma_k}{6a} \cdot \left[3 - \frac{1}{k_{eps}^2} \right].$$

- pro oblast B se zpevněním E_{Z1}

$$y_{\max} = \frac{\sigma_k}{Eh} \left\{ \frac{c^2}{P_e} + \frac{a}{K_{ez}} \left[\frac{a}{K_{ez}} \left[\frac{8}{3} (5-P_e^3) + (3-P_e^2) \cdot \left(\frac{2c}{a} \cdot \frac{K_{ez}}{P_e} - 4P_e - \frac{(3-P_e^2)}{P_e} \right) \right] + -(3-P_e) \cdot \frac{2c}{P_e} \right] \right\}$$

$$\varphi_A = \frac{\sigma_k}{Eh} \cdot \frac{a}{K_{ez}} \left[6 + 2 \cdot \frac{c}{a} \cdot \frac{K_{ez}}{P_e} - 4P_e - \frac{2 \cdot (3-P_e^2)}{P_e} \right],$$

kde

$$K_{ez} = 3 - P_e^2 + \frac{E_{Z1}}{E} \left(\frac{2}{P_e} - 3k_{eps} + P_e^2 \cdot k_{eps}^3 \right).$$

Vztahy pro deformace budou platit až do okamžiku kdy $\varepsilon_{\max} = \varepsilon_{EZ1}$. Tomu odpovídá hraniční poměr $P_{ehr} = \frac{\varepsilon_k}{\varepsilon_{EZ1}} = \frac{1}{k_{EZ1}}$. Odpovídající velikost vnější síly určíme podle vztahu

$$Q_{EZ2} = \frac{bh^2 \cdot \sigma_k}{6a} \cdot \left[3 - \frac{1}{k_{EZ1}} + \frac{E_{Z1}}{E} \left(2k_{eps} - 3k_{eps} + \frac{k_{eps}^3}{k_{EZ1}^2} \right) \right]$$

- **pro oblast C se zpevněním E_{Z2}** , zůstanou v platnosti předchozí vztahy pro deformaci pro

$$K_{ez} = 3 - P_e^2 + \frac{E_{Z1}}{E} \cdot \left[3 - P_e^2 \cdot (k_{EZ1}^2 + k_{eps} \cdot k_{EZ1} + k_{eps}^2) \right] \cdot (k_{EZ1} - k_{eps}) +$$

, potom

$$+ \frac{E_{Z2}}{E} \cdot \left[\frac{2}{P_e} - 3 \cdot k_{EZ1} + k_{EZ1}^3 \cdot P_e^2 \right]$$

$$Q_{mez} = \frac{bh^2 \cdot \sigma_k}{6a} \cdot \left\{ 3 - P_{e\min}^2 + \frac{E_{Z1}}{E} \left[3 - P_{e\min}^2 \cdot (k_{EZ1}^2 + k_{eps} \cdot k_{EZ1} + k_{eps}^2) \right] \cdot (k_{EZ1} - k_{eps}) + \right.$$

$$\left. + \frac{E_{Z2}}{E} \left[\frac{2}{P_{e\min}} - 3k_{EZ1} + k_{EZ1}^3 \cdot P_{e\min}^2 \right] \right\}$$

3. Řešení příčky roštu a celého roštu pomocí MKP

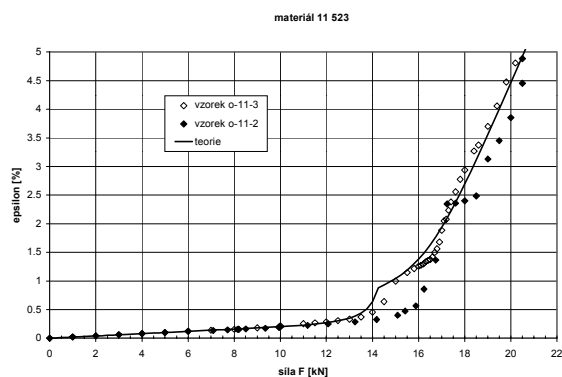
Výpočty metodou konečných prvků (MKP) byly prováděny za účelem kontroly a naladění analytických výpočtů a pro podporu experimentu. Při výpočtu byly uvažovány dva modely - rovinný model a prostorový model celého roštu s razníkem. Na rovinném modelu byla zkoumána napjatost a deformace jedné příčky roštu. Z důvodů symetrie byly řešena jedna polovina příčky. Byly modelovány oba typy materiálu. Výpočet byl řešen jako kontaktní úloha tj. byl modelován styk mezi razníkem a příčkou i styk v uložení příčky. Dále byly uvažovány velké deformace a elasto-plastické chování materiálu a to stejným materiálovým modelem, který byl navržen v kap. 2. Vlastní výpočet byl proveden programem ABAQUS/Standard. Byly použity rovinné prvky CPS4 a CPS3. Zatěžovací síly byly pro materiál 11 523 Q=35 kN a pro materiál 17 241 Q=30 kN. Bylo použito 3690 elementů (4545 uzlů).

Model celého roštu byl řešen prostorovou úlohou. I zde byla modelována jedna polovina celého roštu. Úloha byla řešena opět jako kontaktní a s uvažováním elasto-plastického chování obou typů materiálů. Byly použity osmiuzlové prostorové prvky C3D8. Zatěžovací síla pro výpočet roštů z obou typů materiálu činila Q=250 kN. Bylo použito 44 544 elementů (66210 uzlů). Výpočet jedné konfigurace při řešení do elasto-plastické oblasti trval cca 7,8 hodiny strojového času počítače SGI Power Challenge L. Z výsledků výpočtu lze usoudit na rozložení namáhání mezi jednotlivými příčkami a v rámu roštu a posoudit jeho deformace. Ukázalo se, že k největšímu namáhání dochází na obvodovém rámu roštu mezi první nezátíženou a první razníkem zatíženou příčkou. Tento problém nebyl v této fázi úlohy řešen analyticky. Porovnání výsledků MKP deformace roštu s analytickou metodou a s experimenty bude uvedeno v kap. 4.

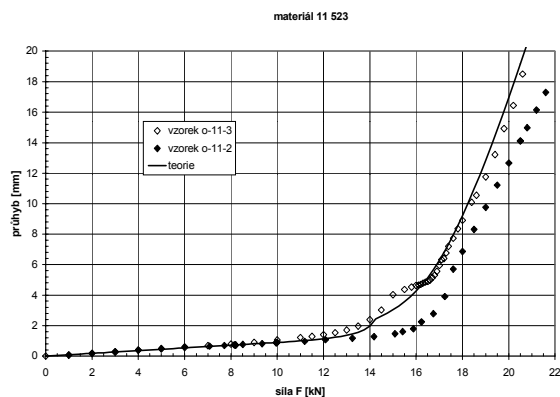
4. Experimentální analýza

4.1. Experimentální analýza příček roštu

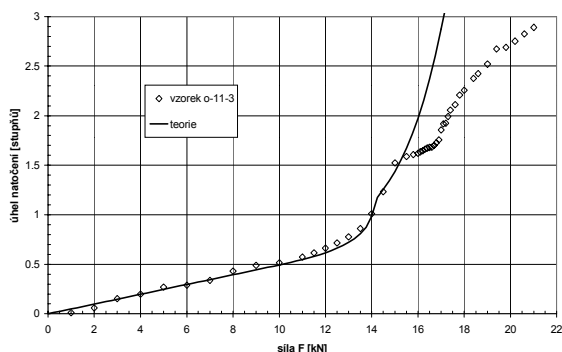
K zadání materiálového modelu do analytických a výpočtů MKP byly provedeny dva typy zkoušek: Zkoušky tahem a ohybem. Oba typy zkoušek byly prováděny na hydraulickém univerzálním trhačím stroji WPM 40. Pro tahové zkoušky byla vyrobena plochá zkušební tělesa délky 200 mm a s průřezem 20×4 mm. Na vzorky byly v jeho střední části instalovány dva protilehlé tenzometry, jimiž byly během zkoušky měřeny lokální poměrné deformace.



Obr. 3 Poměrná prodloužení v dolním vlákně



Obr. 4 Hodnoty průhybu uprostřed příčky



Obr. 5 Hodnoty úhlu natočení v podpoře

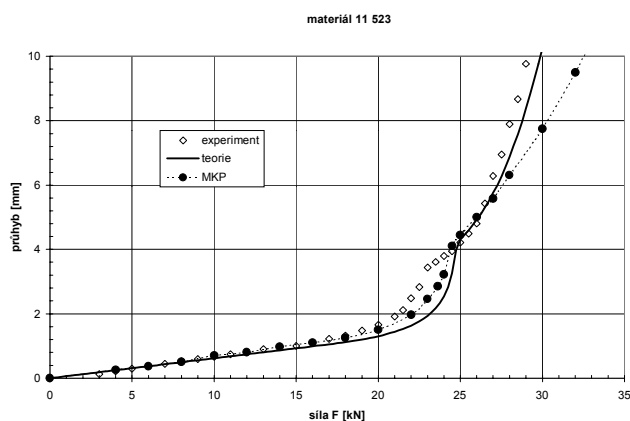
Zároveň byl na každém vzorku umístěn mechanický extenzometr s měřicí základnou 20 mm, kterým byly snímány deformace vzorku. Dalšími snímanými údaji byl elektronicky měřený posuv příčniku a tlakovým snímačem zaznamenávaná zatěžovací síla. Měřené údaje byly snímány tenzometrickou ústřednou UPM 60 a počítačem typu PC s měřicí kartou. Z výsledků tahových zkoušek byly vyhodnoceny, základní

materiálové charakteristiky. Tyto hodnoty byly dále využívány ve výpočtových modelech. K provádění zkoušek ohybem byl vyroben přípravek, který umožňoval podepření ohýbaného pásu (příčky roštu) s nastavitelnou vzdáleností podpor $SR=300, 250$ a 200 mm, viz foto 1. Tyto rozměry jsou shodné s rozměrem šířky dodaných zkušebních roštů. Vedení ohýbané příčky proti jejímu bočnímu vychýlení zajišťovaly dva proti sobě přivařené úhelníky s vyfrézovanou drážkou pro zatěžovací razník. Byly provedeny dva typy zkoušek ohybem. Čtyřbodový ohyb přes zatěžovací prizma, které umožnilo přesně definovat působíště sil a ohyb reálným razníkem se zaoblenými hranami, kdy působíště síly je ovlivněno deformací příčky.

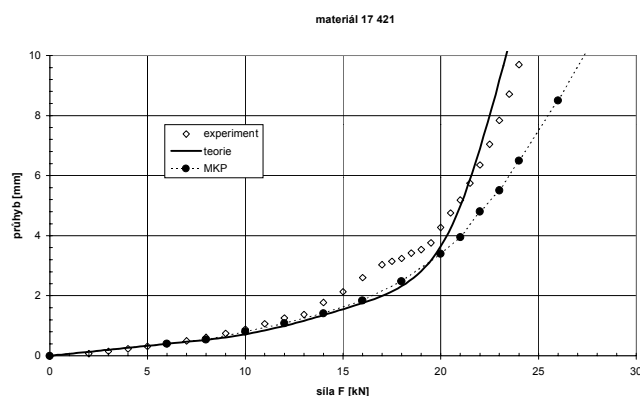
U jedné ze zkoušek bylo prokazováno lineární rozdělení poměrných deformací po výšce nosníku v elastické a v elasto-plastické oblasti deformací. K tomuto účelu byly na dolní polovině výšky profilu instalovány čtyři odporové tenzometry do „řetězce“. Ukázalo se, že rozložení poměrných prodloužení lze ve shodě s teorií plasticity považovat za lineární i

do oblasti velkých plastických deformací. K ověření možného vzniku příčného ohybu byl instalován další tenzometr na druhou stranu pásu. Tento vliv se neukázal jako podstatný.

Další sledovaný a porovnávaný tenzometr byl instalován na dolním vlákně pásku. Zároveň byly měřeny posuvy (průhyby) a výpočtem určováno natočení v místě podpor. Ke snímání posuvů při všech typech zkoušek bylo použito planžetových snímačů s dvojicí tenzometrů zapojených do půlmůstku. Tyto snímače byly vyvinuty na odboru pružnosti a pevnosti a byly před měřením cejchovány v přípravku mikrometrickým šroubem. Přesnost snímačů činí 0,01 mm.



Obr. 6. průhyb uprostřed přičky při zatížení zkušebním nástrojem. Materiál 11 523



Obr. 7. Průhybu uprostřed přičky při zatížení zkušebním nástrojem. Materiál 17 241.

Během měření se ukázalo, že po dosažení meze kluzu v krajním vlákně nosníku, je další přírůstek průhybu a poměrného prodloužení v krajním vlákně výrazně závislý na rychlosti zatěžování. Při obvyklé rychlosti zatěžování, s jakou probíhaly zkoušky tahem (cca 1 kN/sec), se plastické deformace nestačily rozvíjet a nosník vykazoval podstatně nižší naměřené hodnoty než při rychlosti velmi pomalé.

Např. při zatížení vzorku na hladině 20 kN vykazoval vzorek uprostřed nosníku průhyb 8,1 mm a prodloužení v krajním vlákně 1,02 %. Po výdrži na této hladině po dobu 21 minut, kdy se přírůstek poměrných deformací na sledovaném tenzometru ustálil, zvýšil se průhyb na 12,6 mm a deformace natekly na hodnotu 1,77 %. Pro zkoušky roštů je sice předepsána rychlost zatěžování 1 až 5 kN/sec, takže není třeba čekat na úplný rozvoj plastických deformací, ve výpočtových modelech je však uvažován materiálový model při kvazistatickém zatěžování. Aby

však nedocházelo k neúměrnému protahování materiálových ohybových zkoušek, určili jsme jako kritérium nejnižší nárůst plastické deformace na dané hladině zatížení na 0,01% za minutu. Na tyto experimentální hodnoty naladěný výpočtový model tak bude poskytovat výsledky na bezpečné straně, oproti zatěžování s vyšší rychlostí zatěžování.

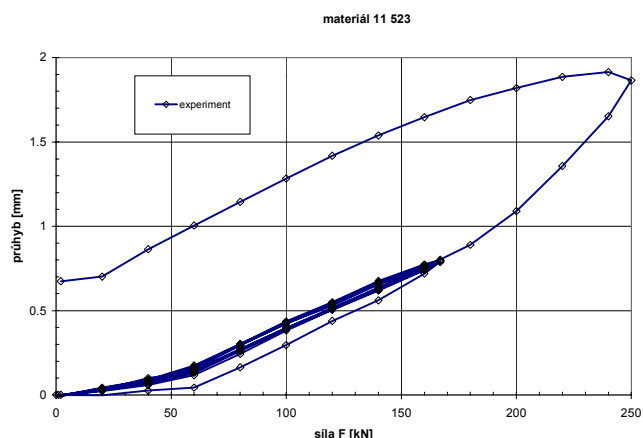
Výše popsaným kritériem byla zkoušena další sada ohybovým vzorků z obou typů materiálů. Při ohybovém zatěžování lze předpokládat (jak uvádí literatura) poněkud odlišné chování materiálu (namáhání s výrazným gradientem napětí) oproti zkoušce tahové (s konstantním napětím v průřezu). Pro každý z testovaných materiálů byl proto modifikován elasto-plastický model a analytické výsledky deformací byly verifikovány se zkouškami v ohybu. Porovnání experimentálních a analytických průběhů poměrné deformace, maximálního průhybu a natočení v podpoře na příčce zatěžované čtyřbodovým ohybem ukazují obr. 3 až 5.

V kap. 3 byl popsán model příčky roštu pro řešení MKP. Porovnání výsledků analytického výpočtu, výpočtu MKP a naměřených hodnot pro oba řešené materiály ukazuje obr. 6 a obr. 7. Je zřejmé, že model MKP v se v oblasti elastických deformací i v oblasti malých plastických deformací velmi blíží analytickému modelu příčky a dobře vystihuje trend experimentálních výsledků. V oblasti rozvinutých plastických deformací se potom příčka v modelu MKP chová jako tužší, než by odpovídalo realitě. Může to být zapříčiněno zamykáním některých prvků sítě modelu a modelováním kontaktních jevů, které dávají modelu větší tuhost.

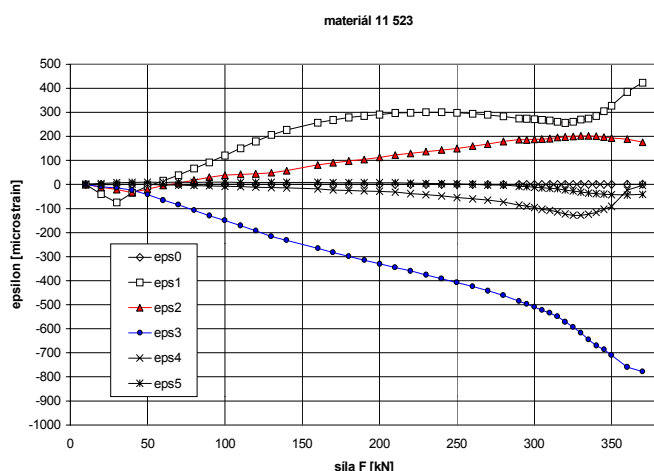
4.2. Experimentální analýza celých roštů světlosti 300, 250 a 200 mm

Zadavatelem byly dodány vzorky roštů tří typů světlosti a délky 500 mm. Rošty světlosti SR= 300 mm a 250 mm byly vyrobeny z pásu o jmenovitých rozměrech 40×6 mm, rošty SR= 200mm potom z pásu 30×5 mm. Vzorky byly vyrobeny z obou typů testovaných materiálů. Celkem byly dodány tři zkušební vzorky od každého typu vzorky, tj. 18 roštů. Vzorky sloužily k provádění tří typů zkoušek, viz foto 2:

- Statické zatěžování roštů při pozvolném růstu zatěžovací síly (s dotékáním plastických deformací)
- Cyklování roštů normovým zatížením $2/3 Q_{\max}$
- Statická zkouška roštů normovým zatížením $Q_{\max}$



Obr. 8 Průhyb uprostřed roštu SR 300 při zkoušce cyklováním a zatížením $Q_{\max}$.



Obr. 9 Průběhy poměrných deformací na sledovaných tenzometrech. SR=300 mm.

Jeden kus roštu od každé zkoušené světlosti a typu materiálu byl určen pro zkoušky při pomalém zatěžování do oblasti velkých plastických deformací. Experiment sloužil k ověření výpočtového modelu pro celý rošt v různých konfiguracích. Každý vzorek byl opatřen šesti odporovými tenzometry pro měření rozdělení ohybových momentů, které se přenáší do svaru na obvodovém rámu roštu. Bylo osazeno šest příček roštu, z toho tři příčky ležící pod razníkem a tři příčky mimo razník. Zároveň byly planžetovými snímači určovány deformace (průhyb a natočení) na centrální příčce roštu. Experimentálně určené průhyby uprostřed roštu byly porovnány s analytickým výpočtem.



Foto 1. Pohled na zkoušku příčky roštu

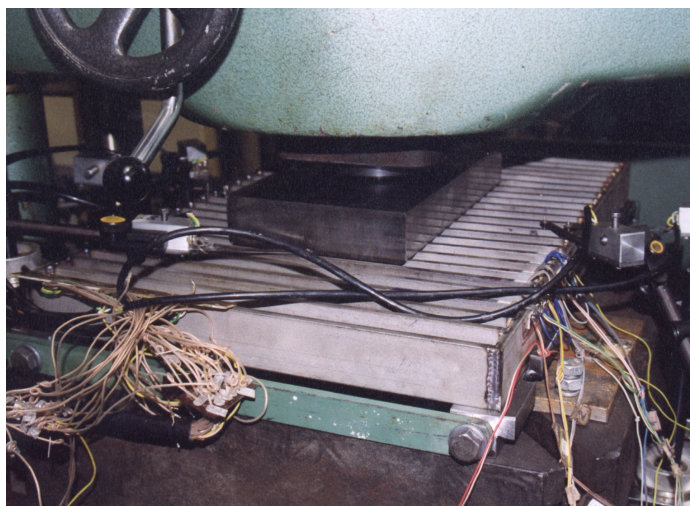


Foto 2. Pohled na zkoušku celého roštu

5. Závěr

Z porovnání průběhů vyplynulo, že s výjimkou roštu SR=200 mm z oceli 11 523 lze ve všech ostatních případech konstatovat v oblasti malých pružně-plastických deformací, které mají význam pro výpočet zbytkové deformace při zatížení $2/3$ zkušebního zatížení, velmi dobrou shodu naměřených a vypočtených průhybů centrální příčky roštu. Rošt SR=200 mm z oceli 11 523 se od této charakteristiky výrazně odlišuje. Naměřené deformace jsou vyšší než vypočtené. Je to způsobeno tím, že zde byly použity příčky průřezu 30×5 mm, jejichž materiálové charakteristiky nebyly zjišťovány a materiál má evidentně podstatně nižší mez kluzu. U větších zatížení nad hodnotu zkušebního zatížení jsou odchylky vypočtených a naměřených hodnot větší, ale výpočtové hodnoty jsou vyšší, tedy na straně bezpečnosti.

Literatura

- [1] Michalec, J.–Růžička, M.: Analytické řešení únosnosti svařovaných roštů v elastoplastickém stavu. Přípraveno do tisku.
- [2] Michalec, J.– Růžička, M.- Řezníček, J.- Španiel, M.: Experimentální a výpočtová analýza únosnosti svařovaných roštů SR 200 až 300 mm. Zpráva č.2051/99/12, FS ČVUT v Praze 1999.

Tento úkol byl využit pro řešení výzkumu v oblasti mezních stavů podporovaného výzkumným záměrem č. J04/98:212200008.