

METODIKA VÝPOČTU Q-FAKTORU U MODELŮ ZKUŠEBNÍCH VZORKŮ POUŽÍVANÝCH V LOMOVÉ MECHANICE

CALCULATION OF Q-FACTOR FOR MODELS OF SPECIMENS USED IN FRACTURE MECHANICS

Vladimír Zavadil, Vladislav Laš, Jan Očenášek¹

Abstract

The paper deals with two-parameter non-linear fracture mechanics (J-Q theory). Parameter Q as a quantity, which magnitude and sign is a measure for "constraint effect" influencing brittle or ductile behaviour of materials in the macrocrack tip zone, is determined.

Problem for 2D-models of specimens was solved by FEM using the MARC code.

Klíčová slova: nelineární lomová mechanika, J-Q koncepce, MKP

Key Words: non-linear fracture mechanics, J-Q theory, FEM

1. Úvod

Při experimentálním stanovování kritické hodnoty J-integrálu daného materiálu na různých normou předepisovaných typech a geometriích zkušebních vzorků s trhlinou docházelo k rozdílům v hodnotách tohoto parametru nelineární lomové mechaniky. Tyto disproporce vedly výzkumné pracovníky k závěru, že J-integrál nemůže nadále jednoznačně popsat stav napětí a deformace na čele trhliny a že odpor proti iniciaci a tvárnému šíření trhliny musí záviset na geometrii a způsobu zatěžování zkušebních vzorků. Geometrie a způsob zatěžování, že pak musí vyvolávat na čele makrotrhliny rozdílná pole napětí a deformace.

Diskuse, týkající se tzv. "constraint" efektu měly za cíl nalézt lepší charakterizování těchto polí. Tzv. "constraint" efekt je třeba chápat jako odpor proti plastickému deformování, způsobený hlavně geometrickými a fyzikálními okrajovými podmínkami. Ukázalo se, že pro popis elasto-plastických polí napětí a deformací bude nutné kromě parametru J zavést ještě druhý parametr pro kvantifikování lokální triaxiality napětí, označovaný jako Q-parametr, který vyjadřuje vliv tzv. hydrostatického stavu napjatosti na čele trhliny.

2. Metodika stanovení hodnot Q-parametru na modelech zkušebních vzorků

V obecném případě určování parametru Q u 3D modelů zkušebních vzorků je nutné rozlišovat

¹ Doc. Ing. Vladimír Zavadil, CSc., č.t. 019/7491126, zavadil@kme.zcu.cz, Doc. Ing. Vladislav Laš, CSc., č.t. 019/7491125, las@kme.zcu.cz, Jan Očenášek, student, Katedra mechaniky, Fakulta aplikovaných věd, Západočeská univerzita v Plzni, Univerzitní 22, 306 14 Plzeň

- rovinný constraint (tzv. in-plane constraint), který je ovlivňován rozměry zkušebního tělesa ve směru růstu trhliny a způsobem globálního zatěžování (např. ohybem či tahem)
- constraint ve směru tloušťky (tzv. out-of-plane constraint), měnící se podél čela trhliny

V případě 2D modelů a za podmínky rovinné deformace vzniká nejvyšší možná velikost constraint efektu. Při stavu rovinné napjatosti je hodnota constraint efektu jeho dolní mezí. U 3D modelů se constraint ve směru tloušťky spojitě mění mezi těmito dvěma mezními hodnotami a z důvodů existence rozdílných hladin triaxialit napětí se mění hodnoty nejen Q parametru, ale i J integrálu.

O'Dowd a Shih [2] definují elasto-plastické pole napětí a deformací na čele trhliny ve tvaru

$$\sigma_{ij} = \sigma_0 f_{ij} \left(\frac{r}{J/\sigma_0}, \Theta, Q \right), \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_0 g_{ij} \left(\frac{r}{J/\sigma_0}, \Theta, Q \right), \quad (1)$$

kde σ_0 , ε_0 značí napětí a deformaci na mezi kluzu, $r/J/\sigma_0$ je bezrozměrná vzdálenost od hrotu trhliny, Θ úhel od roviny trhliny, Q bezrozměrný parametr podílu hydrostatického napětí vůči celkovému ekvivalentnímu Missesovu napětí před trhlinou, J značí J-integrál, jehož velikost závisí na hodnotě globálního zatížení vzorku.

Při nízkých úrovních globálního zatížení, přibližně do hodnoty $0,5 \sigma_0$, a malé plastické oblasti tj. za podmínek SSY (small scale yielding) je dominantní veličinou na hrotu trhliny faktor intenzity napětí K_I a tedy hodnotu J-integrálu je možné dostatečně přesně stanovit dle vztahu

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (2)$$

v případě rovinné deformace.

Při vyšších hladinách globálního zatížení dochází ke zvětšování plastické oblasti, k tzv. případu LSY (large scale yielding), dominantní veličinou je J-integrál, jehož hodnotu již nelze počítat dle (2), ale je nutné jej stanovit numericky např. Parksovo metodou.

Hodnota Q-parametru pro danou geometrii zkušební vzorku s trhlinou a způsob zatížení se stanovuje podle O'Dowda a Shiha jako podíl tzv. diferenčního otevíracího napětí ku napětí na mezi kluzu dle (3)

$$Q = \frac{(\sigma_{\theta\theta})_{DIF}}{\sigma_0} \equiv \frac{(\sigma_{22})_{DIF}}{\sigma_0}, \quad \text{při } \Theta = 0 \quad \text{a} \quad \frac{r}{J/\sigma_0} = 2, \quad (3)$$

kde

$$(\sigma_{\theta\theta})_{DIF} = (\sigma_{\theta\theta})_{VZORKU} - (\sigma_{\theta\theta})_{BL}^{REF} \quad (4)$$

$(\sigma_{\theta\theta})_{VZORKU}$ značí otevírací napětí stanovené MKP u vzorku,

$(\sigma_{\theta\theta})_{BL}^{REF}$ značí tzv. referenční otevírací napětí stanovené MKP tzv. „boundary layer“ metodou (BL metodou),

při splnění podmínky, aby $J_{VZORKU} = J_{BL}^{REF}$.

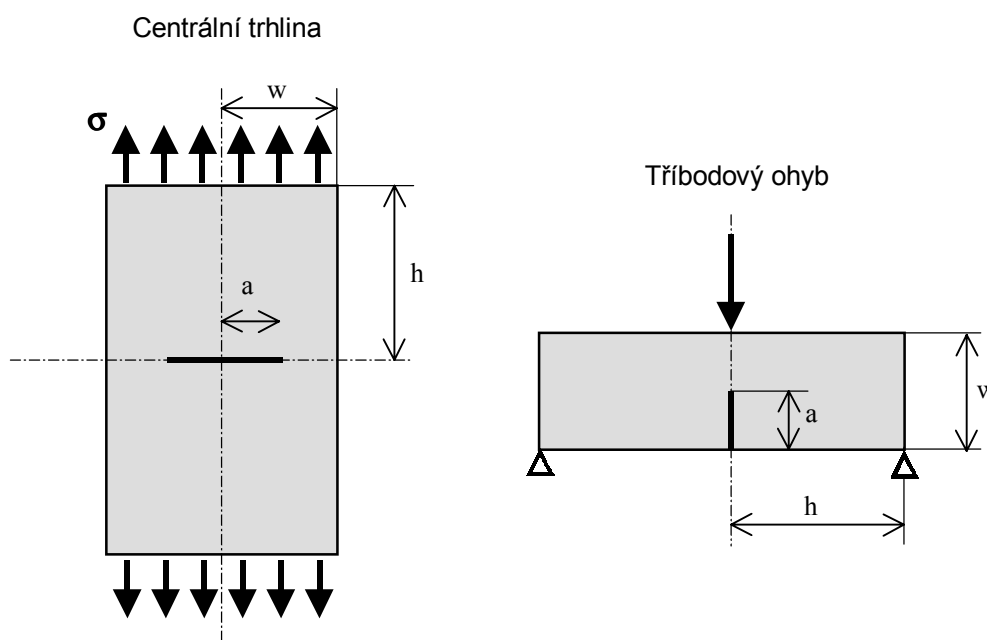
Takto stanovený Q-parametr u rozdílných vzorků, namáhaných odlišným způsobem může nabývat kladné, nulové nebo záporné hodnoty. Fyzikální interpretace významu Q-parametru je následující: Záporné (kladné) Q snižuje (zvyšuje) hydrostatickou napjatost před čelem trhliny o hodnotu $Q\sigma_0$ vůči referenčnímu stavu při $Q = 0$ v případě BL řešení.

Pole napětí před čelem trhliny a $|\Theta| \leq \pi/4$ je pak možné dostatečně přesně vyjádřit ve tvaru

$$\sigma_{ij} = (\sigma_{ij})_{BL}^{REF} + Q\sigma_0\delta_{ij} \quad (5)$$

3. Výsledky numerických výpočtů hodnot parametru Q u CCP a TPBB modelů zkušebních vzorků

Podle metodiky stanovení Q-parametru, uvedené v předcházející části 2 příspěvku, jsme pro tento účel zvolili dva typy zkušebních vzorků. Plochý vzorek s centrální trhlinou, zatížený tahovým napětím (CCP vzorek) a vzorek používaný k tzv. tříbodovému ohybu (TPBB vzorek) (obr. 1).



Obr. 1

Oba o rozměrech: $a=20[\text{mm}]$, $w=40[\text{mm}]$, $h=80[\text{mm}]$ s poměrem $a/w = 0,5$. Zvolené typy 2D modelů vzorků vykazují podle literatury [3] diametrálně odlišný constraint efekt.

Pro BL referenční řešení byla modelována kolem hrotu trhliny polokruhová oblast s hraničním poloměrem $R=16[\text{mm}]$, s centricky uspořádanými čtyřuzlovými izoparametrickými prvky v obvodovém a radiálním směru. Jejich velikost se s rostoucím poloměrem r postupně zvětšovala v poměru $r_{i+1}/r_i = 1,2$. Velikost nejmenších elementů na hrotu činila $0,00468[\text{mm}]$. Zatížení hranice oblasti bylo modelováno posuvy.

Geometrie MKP sítě v okolí trhliny na obou modelech vzorků byla totožná s geometrií pro BL řešení včetně použitých typů prvků.

Konstituční závislost $\sigma - \varepsilon$ materiálu byla uvažována ve tvaru

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} \quad \text{pro } \sigma \leq \sigma_0$$

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad \text{pro } \sigma > \sigma_0 \quad (6)$$

s mezí kluzu $\sigma_0 = 400[\text{MPa}]$, modulem pružnosti $E = 2 \cdot 10^5[\text{MPa}]$ a Poissonovým číslem $\nu = 0,3$. Nelineární elastoplastické řešení polí napětí bylo realizováno pro dvě hodnoty exponentu zpevnění materiálu $n=5$ a 20 . Ve všech výše zmíněných případech byly používány výpočtové systémy MARC a MATLAB.

V tab. 1 jsou souhrně uvedeny námi vypočtené hodnoty parametru Q a hodnoty získané O'Dowdem a Shihem [2].

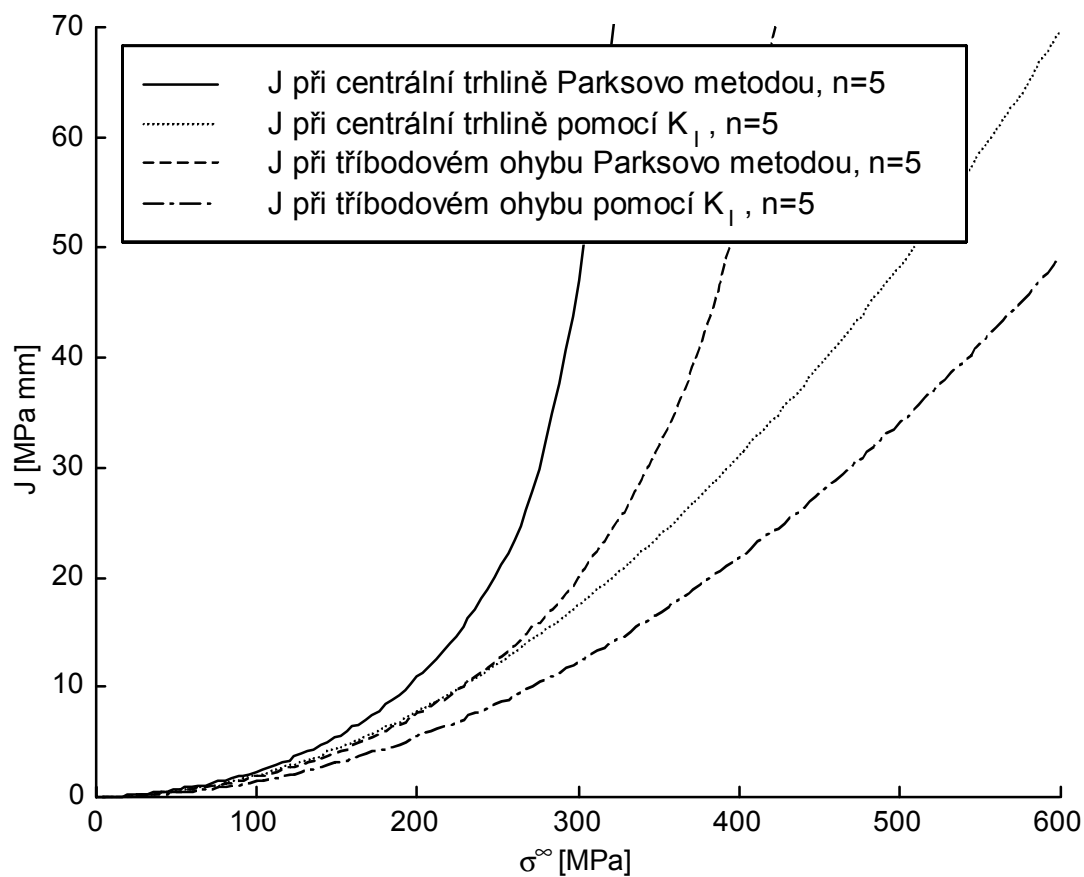
Tab. 1

Exponent zpevnění materiálu <i>n</i>	Typ zkušebního vzorku	Hodnoty parametru <i>Q</i> v závislosti na hodnotě <i>J</i> integrálu					POZNÁMKA
		<i>J</i> [MPa . mm]					
		5	10	20	40	60	
5	CCP	-0,25	-0,44	-0,87	-1,27	-1,48	MARC
		-0,25	-0,45	-0,67	-0,85	-1,10	O'Dowd, Shih
	TPBB	0,01	0,00	0,08	-0,03	-0,16	MARC
		0,00	0,00	0,05	0,00	-0,05	O'Dowd, Shih
20	CCP	-0,31	-0,45	-0,90	-1,25	-1,46	MARC
		-0,30	-0,46	-0,80	-1,05	-1,13	O'Dowd, Shih
	TPBB	0,00	0,00	0,00	-0,05	-0,09	MARC
		0,00	0,00	0,00	0,00	-0,02	O'Dowd, Shih
Oblast		SSY	LSY				

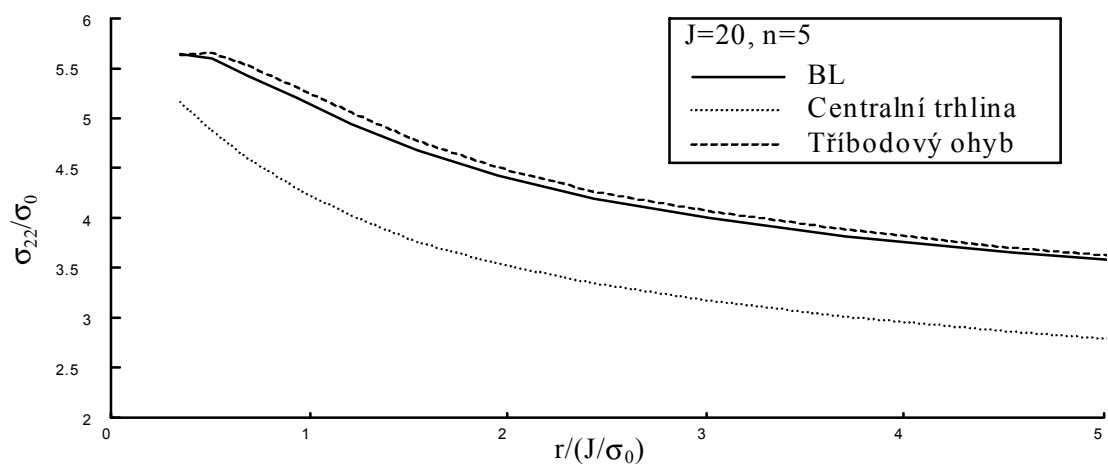
Hodnoty Q parametrů z literatury je nutné posuzovat jako orientační, neboť byly odečítány z grafů malých rozměrů. Lze ale konstatovat, že námi získané hodnoty se vcelku uspokojivě shodují s výsledky O'Dowda a Shiha.

Obr. 2 znázorňuje závislosti průběhů hodnot J integrálů na globálním zatížení σ^∞ pro materiál s exponentem zpevnění $n=5$ u CCP a TPBB vzorků vypočítaných z K_I a Parksovo metodou. Z nich je patrné, že v daném případě materiálu se hodnoty J integrálu shodují až do hodnoty $J \doteq 5[\text{MPa} \cdot \text{mm}]$. V oblasti $J \leq 5$ vzniká tedy stav SSY s dominancí K_I . Při $J > 5$ vzniká případ LSY a hodnoty J integrálu je nutné pro výpočet Q parametru na vzdálenosti $r/J/\sigma_0 = 2$ dosazovat z hodnot získaných Parksovou metodou.

Obr. 3 znázorňuje průběhy normalizovaného otevíracího napětí σ_{22}/σ_0 při $\Theta = 0$, $n=5$ v závislosti na normalizované vzdálenosti od hrotu trhliny $r/J/\sigma_0$ stanovené u CCP, TPBB vzorků a BL metody. Z nich vyplývá, že k vysokému constraint efektu v podmínkách LSY dochází u vzorku na třibodový ohyb téměř k totožnému s BL řešením. Zatímco vzorek CCP vykazuje zápornou hodnotu Q parametru a tedy nízkou úroveň vlivu constraint efektu. Analogické výsledky jsme získali i v případě materiálu s exponentem zpevnění $n=20$.

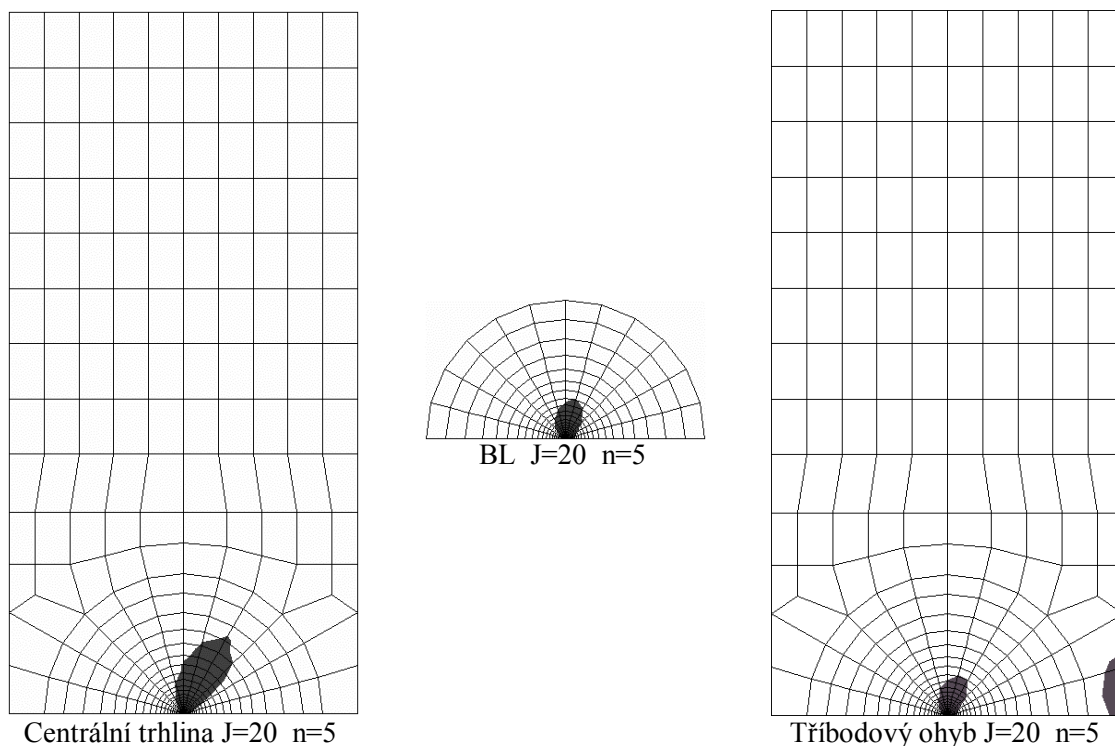


Obr. 2



Obr. 3

Na obr. 4 jsou pro srovnání znázorněny velikosti plastických oblastí při hodnotách $J = 20$ [MPa.mm] a $n = 5$ u BL, CCP a TPBB modelů nacházejících se již v podmínkách LSY.



Obr. 4

4. Závěr

V příspěvku prezentované výsledky jsou součástí našeho dlouhodobějšího zaměření do oblasti nelineární lomové mechaniky, modelování a aplikace výpočtových metod polí napětí a deformací v okolí existujících makrodefektů. Na 2-D modelech jsme prováděli řadu variant sítí prvků a jejich typů, včetně hledání vyhovující nejmenší velikosti prvku, pro uspokojivé stanovení hodnot parametru Q . V současné době se zabýváme tzv. „out-of-plane constraint“ na 3-D modelech.

Tato práce je součástí grantu GA ČR 106/99/1467 a výzkumného záměru MSM 235200003

4. LITERATURA

- [1] Yuan, H., Brocks, W.: Quantification of constraint effects in elastic – plastic crack front fields, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 46. No. 2, 1998
- [2] O'Dowd, N.P., Shih, C.F.: Two – parameter fracture mechanics: Theory and applications, Fracture Mech.: Twenty-Fourth Volume, ASTM STP 1207, 1994.
- [3] O'Dowd, N.P., Shih, C.F.: Family of crack –tip fields characterized by a triaxiality parameter – I. Structure of fields, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 39, No. 8, 1991.
- [4] O'Dowd, N.P., Shih, C.F.: Family of crack –tip fields characterized by a triaxiality parameter – II. Fracture applications, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 40, No. 5, 12.
- [5] Larsson, S. G. – Carlsson, A.J.: Influence of non-singular stress terms and specimen geometry on small-scale yielding at crack tips in elastic-plastic materials, J. Mech. Phys. Solids, Vol. 21, 1973
- [6] Betegón, C.- Hancock, J.W.: Two-parameter Characterization of elastic-plastic crack-tip fields, Transactions of the ASME, Vol. 58, March 1991.
- [7] Plánička, F. a kolektiv: Teoreticko-experimentální výzkum predikce porušování konstrukcí s makrotrhlinami, Závěrečná výzkumná zpráva grant. projektu GA ČR 101/97/0399, ZČU Plzeň, prosinec 1999.