



Experimentální Analýza Napětí 2001

Experimental Stress Analysis 2001

39th International Conference

June 4 - 6, 2001 Tábor, Czech Republic

EXPERIMENTAL AND COMPUTATIONAL INVESTIGATION OF ELASTIC CHARACTERISTICS OF POROUS MATERIALS

ERIMENTÁLNÍ A VÝPOČTOVÉ ZKOUMÁNÍ ELASTICKÝCH CHARAKTERISTK PORÉZNÍCH MATERIÁLU

Přemysl JANÍČEK*, Vladimír FUIS**, Františka PEŠLOVÁ***, Vladimír KOTEK*,
Michal REINISCH*, Jiří BURŠA*

***Abstract:** Some of technical materials, e.g. various types of ceramics, show a certain degree of porosity. Ceramic material „Eucor“ produced by fusion of natural basalt is one of them. A porosity with pore size on the order of milimeters is typical for this material. The paper deals with problems of evaluating elastic constants at this type of material – namely elastic modulus and Poisson's ratio. The experiments showed that evaluating the elasticity modulus from strains measured by electric resistance strain gauges is not credible because the measured strain values are influenced by strain concentrations in the pore vicinity. The elasticity modulus was evaluated from the deflection of a sample loaded by four-point-flexion. The strain concentration in the pore vicinity was modelled by computational modelling and the influence of porosity value on its global elasticity modulus was simulated. Ceramics was treated as a particle composite with particles having zero elasticity modulus.*

Key words: Eucor ceramic material, elasticity moduli, Poisson's ratio, strain measuring, four-point-flexion, influence of porosity on elasticity moduli.

1. Uvod – filozofie řešení problému

Výpočtové modelování deformačně-napěťových stavů u zatížených těles vyžaduje i informace o vlastnostech materiálů z nichž jsou tělesa vyrobena. Jednou z těchto vlastností je pórovitost materiálu, charakterizovaná *mírou pórovitosti p* , vyjádřenou v procentech objemu pórů k objemu tělesa. Je to veličina, která se ovšem v algoritmech numerických metod pro určování deformací a těles jako vstupní údaj nevyskytuje. Vstupními údaji z hlediska materiálových charakteristik jsou hodnoty konstitutivních materiálových charakteristik (moduly pružnosti a součinitele příčné kontrakce) v závislosti na velikosti a rychlosti přetvoření. Z uvedených skutečností pak vyplývá problém, který lze formulovat takto:

Určit hodnoty modulů pružnosti a součinitelů příčné kontrakce u pórovitých materiálů.

* Prof. Ing. Přemysl Janíček, DrSc., Ing. Vladimír Kotek, Ing. Michal Reinisch, Ing. Jiří Burša, Ph.D., VUT FSI Brno, Ústav mechaniky těles, Technická 2, 61669 Brno; tel.: +420.5.41142807, fax: +420.5.41142876; E-Mail: janicek@umtn.fme.vutbr.cz, kotek@umtn.fme.vutbr.cz, bursa@umtn.fme.vutbr.cz

** Ing. Vladimír Fuis, Ph.D., Sdružené pracoviště ÚT AV ČR a ÚMT FSI VUT Brno, Technická 2, 616 69 Brno, tel.: +420.5.4112891, fax: +420.5.41142876, E-Mail: fuis@cis.vutbr.cz

*** Prof. Ing. Františka Pešlová, CSc., Univerzita Pardubice, Dopravní fakulta J. Pernera, Slovanská 452, 56002 Česká Třebová; tel +420.465.533006, E-Mail: frantiskap@hotmail.com

A priori nelze předpokládat, že moduly pružnosti a součinitele příčné kontrakce budou v tahu a tlaku stejné, takže je nutné realizovat měření na vzorcích namáhaných tahem a tlakem. Existují ovšem materiály, konkrétně jsou to materiály keramické, u nichž nelze realizovat zkoušky na tah. To byl důvod, proč byla odvozena analytická metoda, která umožňuje stanovit modul pružnosti v tahu a modul pružnosti v tlaku a stejně tak součinitele příčné kontrakce, a to z naměřených poměrných podélných a příčných přetvoření na horní a dolní straně zkušební vzorku namáhaného čtyřbodovým ohybem. Naměřené hodnoty těchto konstitutivních charakteristik pak budou platit pro tu míru pórovitosti, jakou má zkušební vzorek v tom okolí, v němž se tenzometricky měří přetvoření. A zde nastává další problém jak tuto míru porozity p zjistit. Za této situace se jeví jako vhodné doplnit experimentální zjišťování konstitutivních charakteristik výpočtovým modelováním, které bude mít charakter simulačního modelování. Tímto způsobem výpočtově ověřit, jak míra pórovitosti ovlivňuje deformační charakteristiky zkušební vzorku. Konkrétně byl zkušební „matematický“, vzorek o rozměrech (3,6x3,6x40 mm) silově zatížen při čtyřbodovém ohybu, přičemž míra porozity se měnila od 0 do 40% a pórovitost byla rovnoměrně rozdělena po objemu vzorku. Výsledkem výpočtů je závislost průhybu vzorku na míře porozity. Stejný „matematický“, vzorek byl zatížen na tah a vyšetřena závislost prodloužení vzorku na míře porozity. Z analytických vztahů pro průhyb vzorku byl odvozen vztah pro modul pružnosti v ohybu E_o a stejně tak ze vztahu pro prodloužení vzorku byl odvozen vztah pro modul pružnosti v tahu E_t . Pokud poměry modulů pružnosti E_o a E_t vypočtené z průhybu a prodloužení vzorku nebudou závislé na míře porozity (jinými slovy E_o a E_t budou stejné a rovné určitému modulu E), pak lze zjištěný modul pružnosti E považovat za elastickou charakteristiku materiálu s danou mírou pórovitosti. Je to obdobný způsob určování globálních elastických charakteristik jako u částicových kompozitních materiálů. Matricí je v našem případě keramika (Eucor) a „částicemi“ jsou vzduchové bubliny.

2. Určování modulů pružnosti v tahu a tlaku z poměrných přetvoření

S využitím předpokladů prosté pružnosti prutů a pro předpoklad nestejných modulů pružností v tahu (E_T) a tlaku (E_D) materiálu prutu, byly odvozeny vztahy, které umožňují z naměřených poměrných přetvoření ($\varepsilon_T, \varepsilon_D$) na horní a dolní straně prutu s obdélníkovým příčným průřezem (b, h), v místě v němž působí ohybový moment M_{oy} , určit moduly pružnosti E_T a E_D :

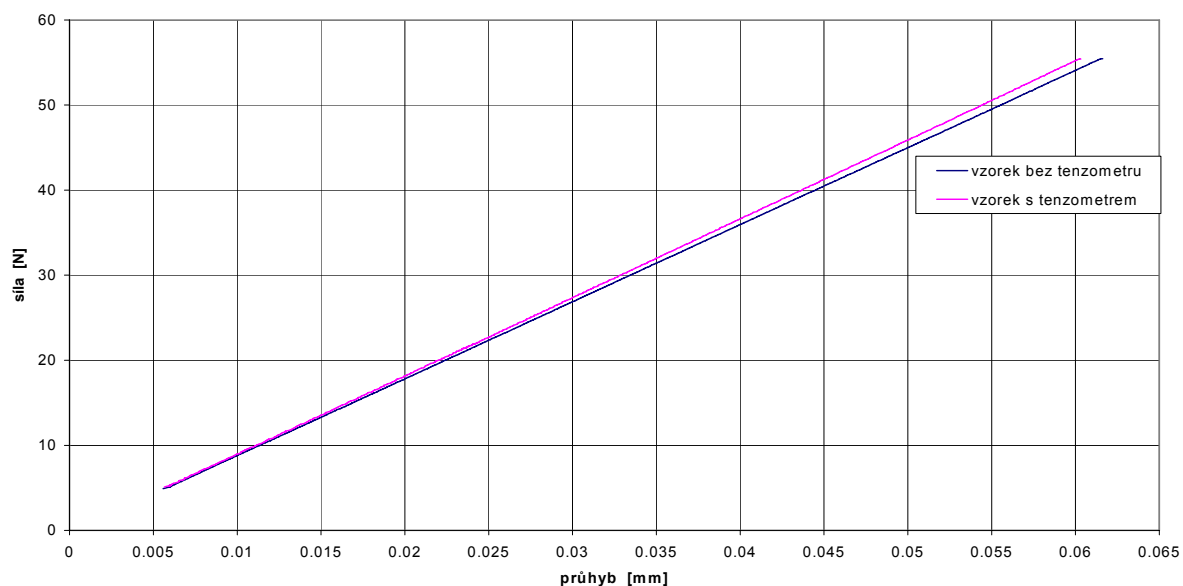
$$E_D = \frac{6}{bh^2} \left(1 + \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_D}\right) \frac{M_{oy}}{\varepsilon_D} \quad E_T = E_D \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_T}\right)^2$$

Měření poměrných přetvoření se realizovalo na vzorcích o rozměrech (3x3x50 mm) na jejichž horní a dolní strany byly nalepeny tenzometrické kříže fa. Vishay se základnami tenzometrů 0,2 mm. Uložení a zatížení prutu odpovídaly čtyřbodovému ohybu. Zatížení se realizovalo na trhacím stroji Zwick Z020. Celková zatěžovací síla prutu byla 55 N, což je hodnota jen o málo menší než ta, která vede k porušení soudržnosti prutu (cca 60 N). Dále uvedené hodnoty poměrných přetvoření jsou střední hodnoty z pěti měření.

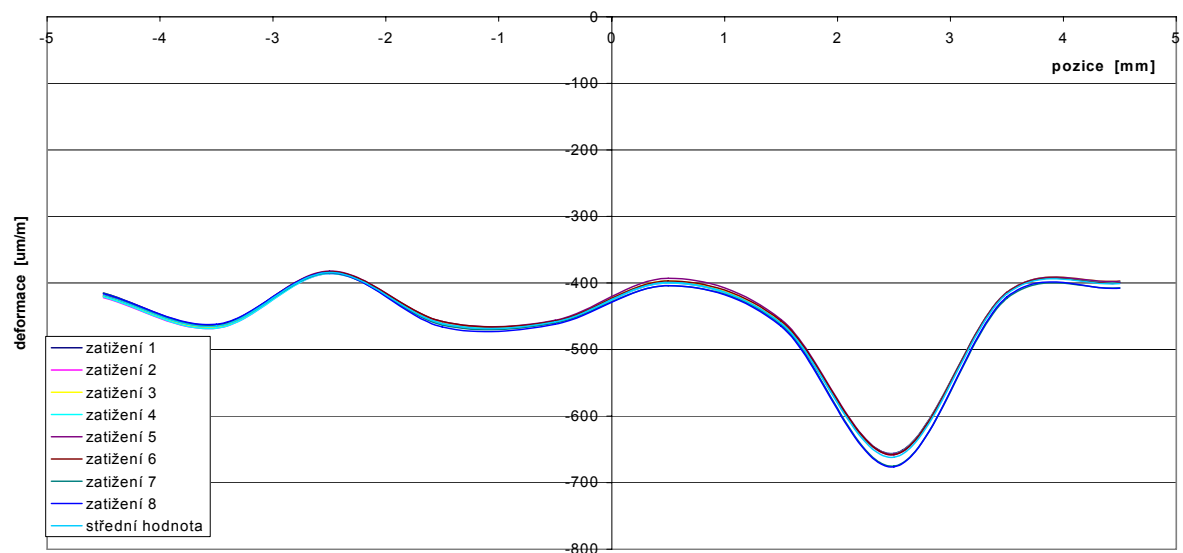
1. Primární poloha vzorku č.1: horní strana $\varepsilon_D = - 497 \mu\text{m}$ dolní strana $\varepsilon_T = + 561 \mu\text{m}$
2. Otočená poloha vzorku č.1: horní strana $\varepsilon_D = - 566 \mu\text{m}$ dolní strana $\varepsilon_T = + 516 \mu\text{m}$
3. Primární poloha vzorku č.2: horní strana $\varepsilon_D = - 380 \mu\text{m}$ dolní strana $\varepsilon_T = + 401 \mu\text{m}$
4. Otočená poloha vzorku č.2: horní strana $\varepsilon_D = - 401 \mu\text{m}$ dolní strana $\varepsilon_T = + 383 \mu\text{m}$.

Dříve než bylo přistoupeno k vyhodnocování hodnot naměřených poměrných přetvoření byly provedeny tyto dvě analýzy:

- a) Vliv vyztužení vzorku tenzometrickým snímačem. Byl použit tenzometrický řetězec fa Hottinger, typ 1-KY11-1 se základnami snímačů 0,6mm (celková délka tenzometru je



Obr. 1



Obr.2

14,5mm). Závislost průhybu zkušebního vzorku na zatěžující síle pro případy bez tenzometru a s nalepeným tenzometrem je na obr.1. Lze konstatovat že vliv vyztužení vzorku tenzometrickým snímačem je cca 3%, což lze považovat za zanedbatelné.

- b) Ovlivnění naměřených hodnot poměrných přetvoření v důsledku existence pórů ve zkušebním vzorku. Pro zjištění tohoto vlivu byl použit uvedený tenzometrický řetězec. Lze konstatovat, že poměrná délková přetvoření ve směru podélné osy vzorku vykazují velký rozptyl, cca 110 μm (bez uvažování velkého výkmitu) způsobený zřejmě pórovitostí vzorku; protože rozměry pórů jsou u tohoto materiálu srovnatelné s velikostí základních snímačů. V místě velkého výkmitu existoval velký pór.

Vrátíme-li se nyní k hodnotám naměřeným tenzometrickými kříži vidíme, že největší vzájemný rozdíl poměrných přetvoření u vzorku č.1 byl 69 μm , u vzorku č. 2 zase 23 μm , což

jsou rozptýly srovnatelné s rozptýly hodnot naměřenými tenzometrickým řetězcem. Z tohoto důvodu z naměřených přetvoření u vzorku č.1 a č.2 nebyly odvozovány žádné závěry. Lze tedy konstatovat, že určování modulů pružnosti z naměřených hodnot poměrných přetvoření u materiálů s velkými póry je nevěrohodné. U velkopórovitých materiálů tedy nelze tímto způsobem určit, zda moduly pružnosti v tahu a tlaku jsou rozdílné.

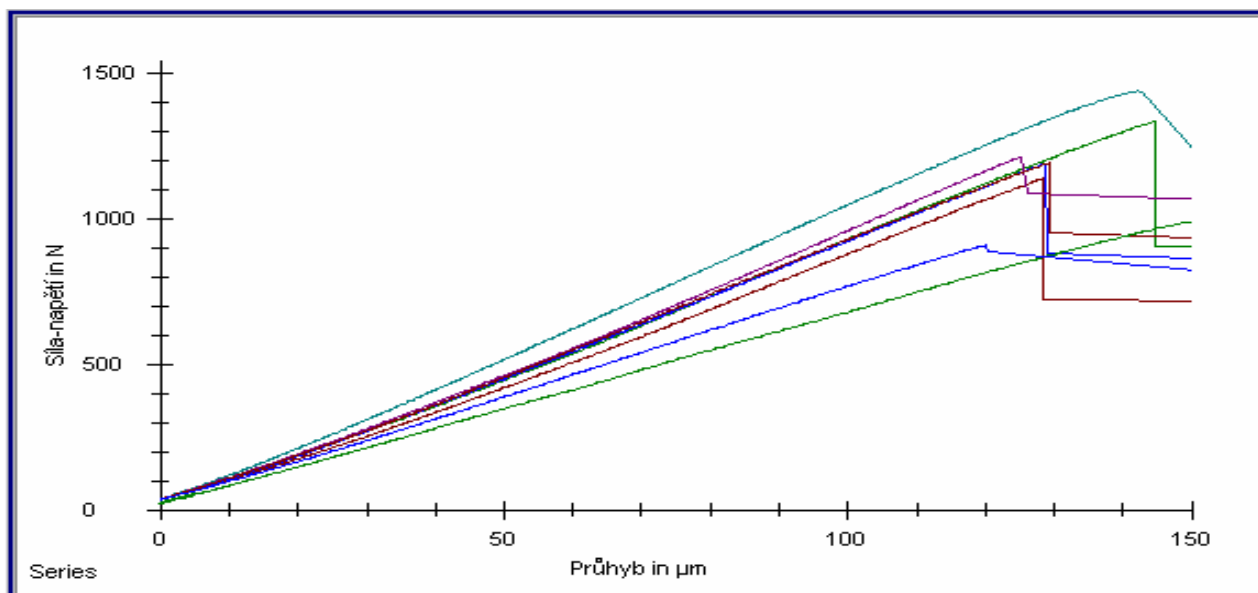
3. Experimentální určování globálního modulu pružnosti

Nelze-li stanovit, zda materiál Eucor má rozdílné moduly pružnosti v tahu E_t a tlaku E_d , pak je nutné předpokládat, že jsou stejné, tedy, že $E_t = E_d = E$. K určení modulu pružnosti E pak postačuje experimentálně určit hodnotu jednoho parametru, např. průhybu prutu. Modul pružnosti materiálu určený z deformačních charakteristik prutu (průhyb, prodloužení), které jsou považovány za globální charakteristiky (zahrnují v sobě materiálové vlastnosti v celém objemu prutu) lze pak označit jako globální modul pružnosti. Jestliže z naměřeného průhybu prutu určíme modul pružnosti, pak je to charakteristika globální ohybové poddajnosti pro danou míru pórovitosti.

Modul pružnosti Eucoru byl určen z naměřených hodnot průhybu u čtyřbodového ohybu, přičemž vzorky měly přibližně rozměry (10x10x100 mm). Závislosti průhybů vzorků na zatěžovací síle jsou znázorněny na obr.3. Vzorky byly zatěžovány až do lomu, takže současně byla stanovena i mez pevnosti Eucoru v ohybu. Na hladině významnosti 0,05 byl stanoveny tyto konfidenční intervaly středních hodnot:

- modul pružnosti (106,3 - 121,8) GPa; střední hodnota je 114 GPa,
- mez pevnosti v ohybu (77 – 93) MPa; střední hodnota je 85 MPa.

Výrobce Eucoru uvádí tyto hodnoty: minimální hodnota modulu pružnosti v tahu 120 GPa, minimální pevnost v ohybu 50 MPa.



Obr.3

4. Simulační výpočtové modelování

Cílem výpočtového modelování bylo ověřit:

- vliv míry pórovitosti materiálu na hodnoty průhybů zkušební vzorku namáhaného ohybem a velikost prodloužení zkušební vzorku namáhaného tahem a z nich pak usuzovat na vliv míry pórovitosti materiálu na jeho modul pružnosti,

- ověřit charakter rozložení a velikosti poměrných délkových přetvoření v podélné směru vzorku na jeho horním a dolním povrchu při změně velikosti pórovitosti po výšce vzorku.

Výpočtový model měl tyto charakteristiky:

Geometrie: rozměry zkušebního vzorku: byly (3,66 x 3,66 x 40 mm); vnitřek vzorku o rozměrech (3 x 3 mm) byl modelován jako pórovitý, vnější vrstva o tloušťce 0,33 mm byla modelována jako bezpórovitá, takže vytvářela určitou „bepórovitou obálku“, která měla „utlumovat“ vliv koncentrací přetvoření směrem k povrchu vzorku.

Materiál: $E = 110 \text{ GPa}$, $\mu = 0,33$, pórovitost vnitřku vzorku byla modelována jejím náhodným rozdělením pro tyto varianty:

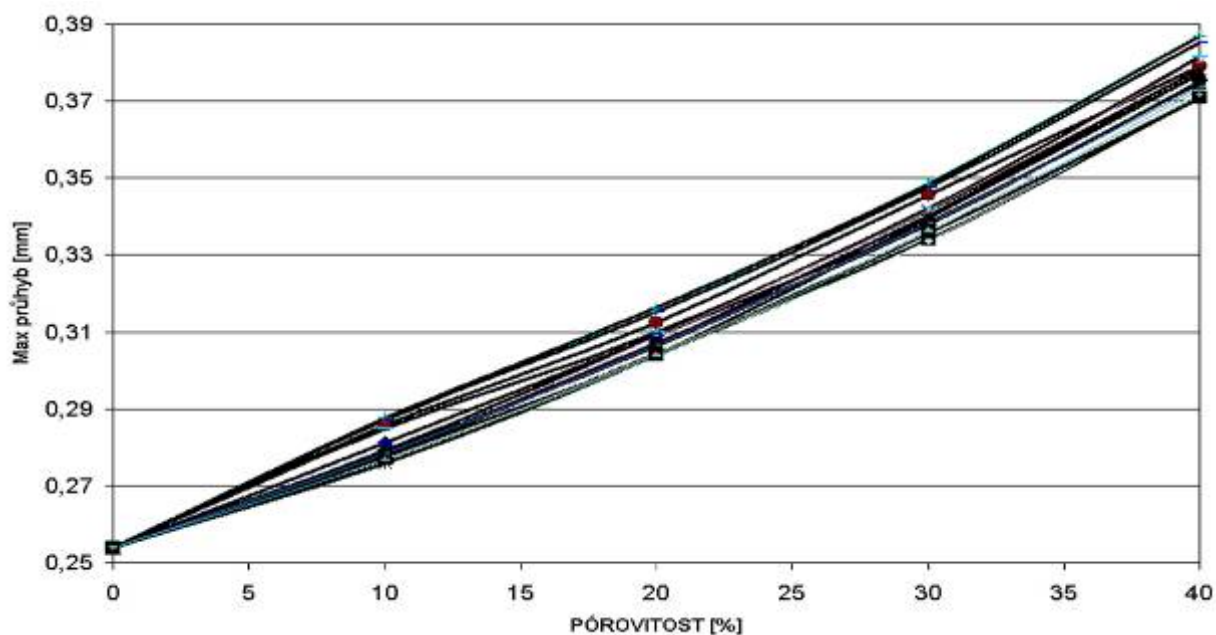
- a) v celém objemu vzorku byla modelována pórovitost pro tyto hodnoty 0, 10, 20, 30 a 40%, a to pro 9 různých variant náhodného rozdělení pórovitosti,
- b) v jednom vzorku byla modelována proměnnost pórovitosti po výšce příčného průřezu; v jedné polovině příčného průřezu 10% pórovitosti, ve druhé polovině 30% pórovitosti.

Zatížení a vazby: vzorek byl uchycen a zatížen tak, aby vznikl čtyřbodový ohyb.

Diskretizace vzorku: vnitřek vzorku 9720 prvků; rozměr solid prvku - krychlička o rozměrech 0,33 mm, vnější vrstva modelována skořepinovými prvky o stejných rozměrech.

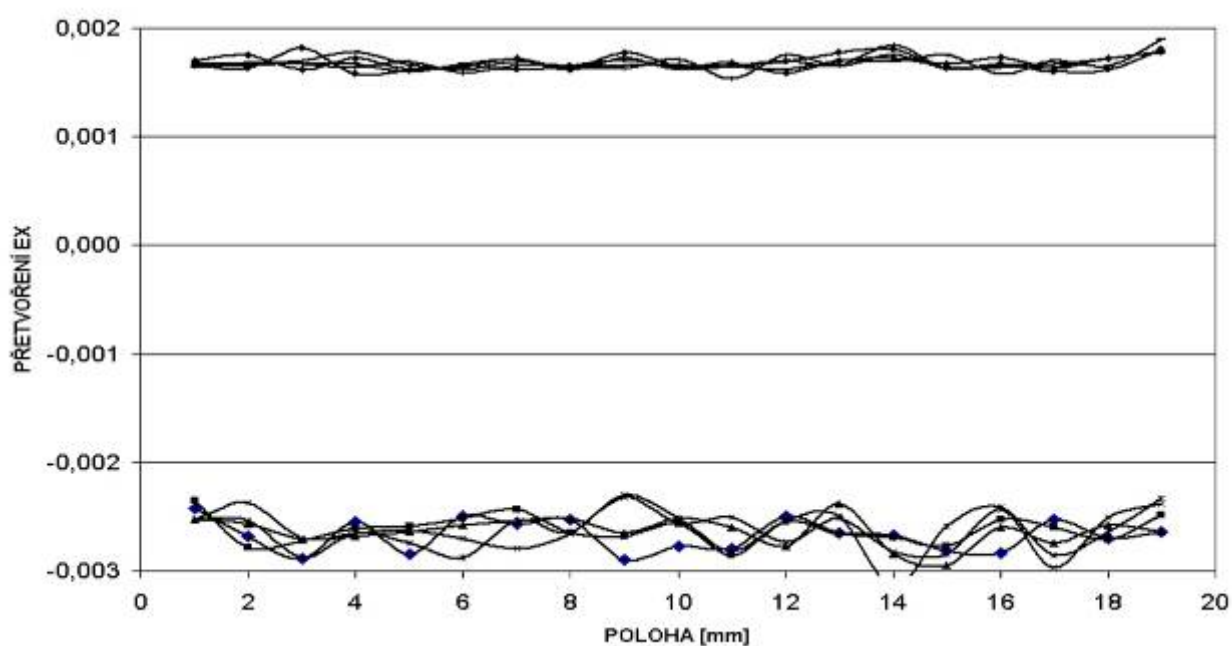
Dílní výsledky výpočtového modelování:

- Závislost velikosti průhybu na procentuálním množství pórů v materiálu se příliš neodlišuje od lineární (obr.4).
- Vliv různých náhodných konfigurací pórů v materiálu na velikost průhybu je velmi malá (celkově bylo prošetřováno 9 variant). V rozmezí pórovitosti od 10 do 40% je rozdíl v průhybech cca 0,014 mm, což v cca 0,014 mm, což v tomto rozmezí pórovitosti představuje 4,8 až 3,7 %.
- Proměnnost pórovitosti po výšce příčného průřezu byla modelována tak, že v jedné polovině průřezu byla 10-ti% pórovitost, ve druhé polovině 30-ti% pórovitost. V důsledku této skutečnosti nastane posun polohy neutrální osy oproti centrální osy směrem do té poloviny příčného průřezu v níž je menší pórovitost. Na povrchu této poloviny průřezu, pak musí být menší poměrná délková přetvoření, což potvrzuje obr.5.

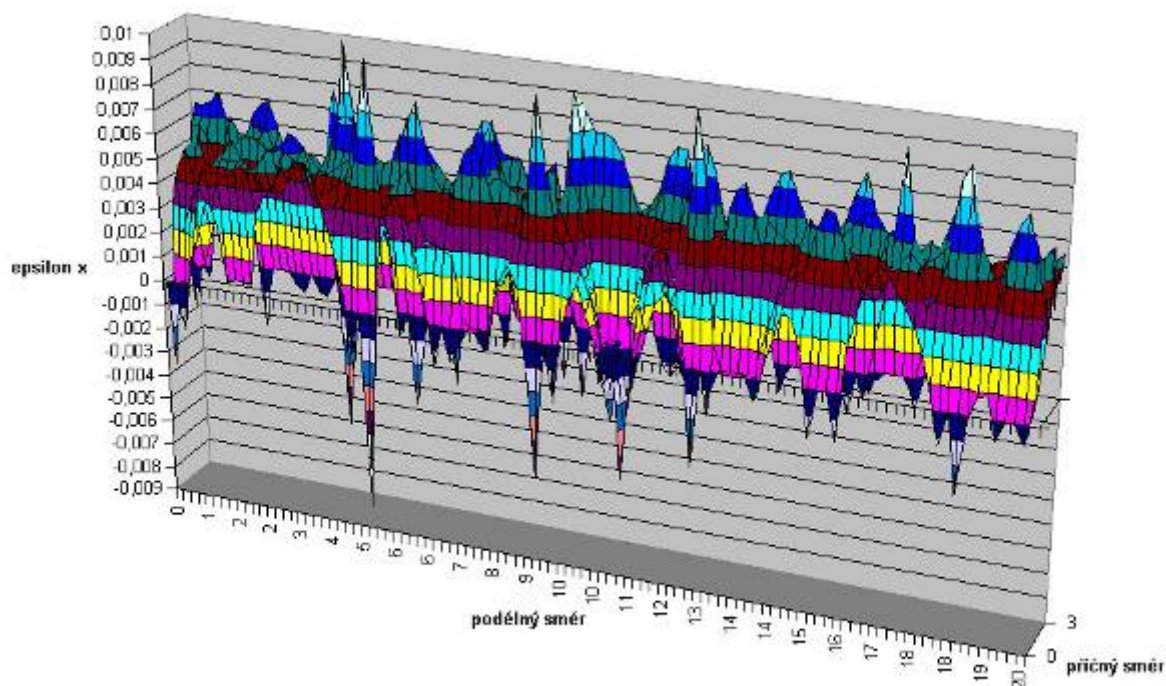


Obr.4

- Lze konstatovat, že poměrná přetvoření v podélném směru vykazují stejně „hrbolatý“ průběh, jak bylo zjištěno experimentálně. Je to způsobeno opět koncentracemi přetvoření v důsledku pórovitosti, obr.5.
- Pohled na rozložení podélných přetvoření na spodní ploše vzorku je uveden na obr.6. Lze konstatovat, že se zde vyskytují oblasti s tahovými i tlakovými přetvořeními. V případě prutu bez pórů by se na jeho spodní části měla vyskytovat pouze tahová poměrná přetvoření. Co je příčinou této skutečnosti je nutné analyzovat – jednou z možných analýz je vyšetřování vlivu hustoty diskretizace v okolí pórů na charakter přetvoření.



Obr.5



Obr.6

5. Úvahy o modulu pružnosti pro pórovité materiály

Pro určení modulu pružnosti pórovitého materiálu v závislosti na jeho míře pórovitosti p byl v prvním kroku použit analytický přístup. Vyšetřoval se vliv míry pórovitosti materiálu na deformační charakteristiky přímého prutu s obdélníkovým příčným průřezem, který byl namáhán na tah a ohyb. Označme rozměry obdélníkového příčného průřezu S_o s nulovou pórovitostí symboly b_o a h_o . Přepokládáme-li, že každý příčný průřez bude mít stejnou pórovitost p , pak příčný průřez odpovídající této pórovitosti bude dán vztahem :

$$S = S_o (1 - p), \quad \text{příčemž} \quad S = b \cdot h.$$

Jelikož pro ohýbaný prut je dominantní výška příčného průřezu prutu h , tento parametr zachováme, což znamená, že $h = h_o$. Nyní můžeme psát:

$$S(p) = S_o (1 - p), \quad \text{po dosazení pak je:} \quad b \cdot h_o = b_o h_o (1 - p), \quad \text{odkud} \quad b = b_o (1 - p).$$

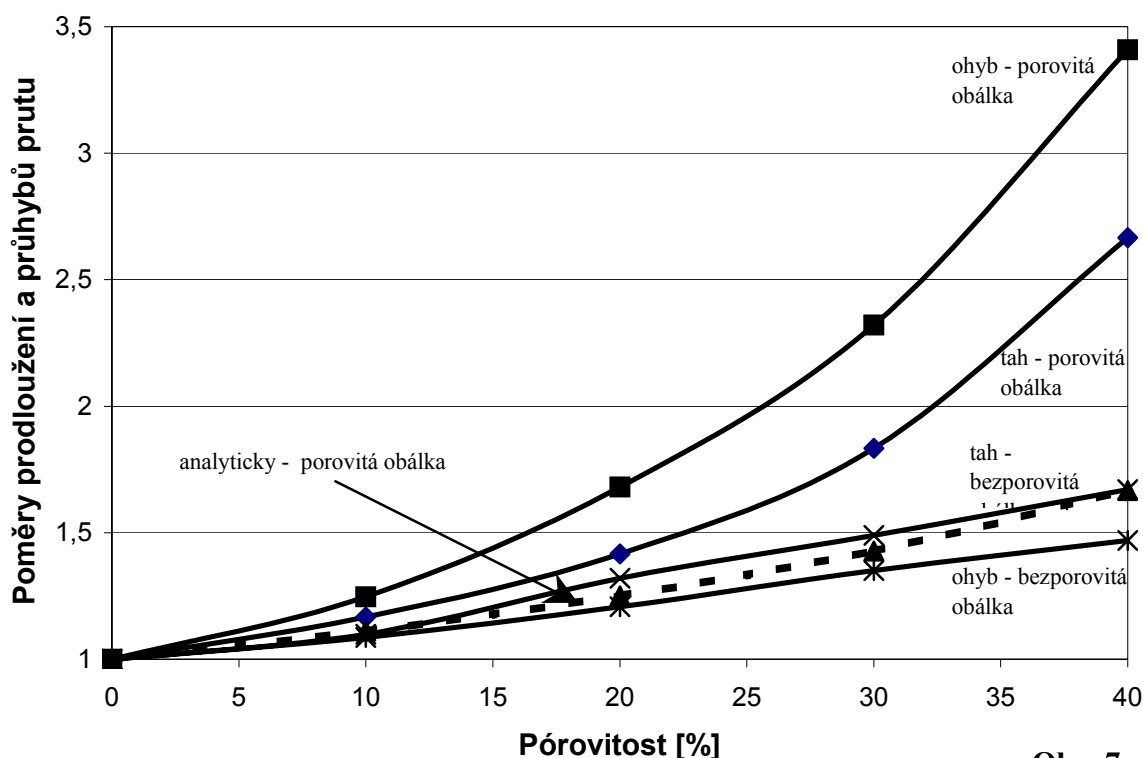
Odvoďme nyní vztah pro centrální osový kvadratický moment J k ose, která je nositelkou ohybového momentu při namáhání prutu ohybem.

$$J = b h^3 / 12 = b h_o^3 / 12 \quad J = b_o (1 - p) h_o^3 \quad J(p) = J_o (1 - p)$$

Lze tedy konstatovat, že plocha příčného průřezu S prutu i jeho osový kvadratický moment J , vykazují na pórovitosti stejnou funkční závislost $f(1 - p)$. Jelikož prodloužení prutu namáhaného na tah je nepřímo úměrné ploše S , a průhyb prutu w je zase nepřímo úměrný kvadratickému momentu J , platí:

$$u(p) = k_u / f(1 - p) \quad w(p) = k_w / f(1 - p).$$

Z toho, co bylo uvedeno vyplývá, že prodloužení prutu i jeho průhyb jsou v závislosti na míře pórovitosti popsány stejnou funkcí $1/f(1 - p)$, znásobenou určitými konstantami k_u , k_w , které jsou funkcemi modulu pružnosti materiálu prutu v tahu, délky prutu a velikosti zatížení. Vztáhneme-li hodnoty prodloužení prutu u resp., průhyb prutu w odpovídající určité míře pórovitosti p k hodnotám posuvu u_o , resp. průhybu w_o (odpovídají nulové pórovitosti), pak



Obr. 7

tyto poměry prodloužení u/u_0 , resp poměry průhybů w/w_0 , dostaneme stejné závislosti na míře pórovitosti, znázorněné na obr.7.

V další kroku byly závislosti $u(p)$, $w(p)$ určovány s využitím konečných prvků. Byly vyšetřovány dvě varianty. U první měl prut na sebe „nataženou“ již zmíněnou „bezpórovitou obálku“ o tloušťce 0,33 mm, u druhé varianty byl bez této „obálky“. Průběhy závislostí $u(p)$, $w(p)$ jsou zakresleny do obr.7. Lze konstatovat, že všechny závislosti mají stejný charakter, jsou monotónně rostoucí v závislosti na zvyšující se míře pórovitosti, avšak „hodnotově“ jiné.

Analyzujeme nyní důvody této skutečnosti. Při analytickém řešení se předpokládalo, že v každém příčném průřezu prutu je stejná míra pórovitosti. Při modelování metodou konečných prvků bylo rozdělení pórů po objemu prutu realizováno náhodným generátorem, což sice zaručuje předepsanou míru pórovitosti v celém objemu prvku, nikoliv však, že tuto míru pórovitosti bude mít i každý příčný průřez prutu (jeho tloušťka je dána rozměrem „konečnoprvkového“ prvku, což je 0,33 mm). Tato skutečnost může být příčinou uvedeného jevu a bude detailně analyzována.

6. Závěr

1. Experimentálně a výpočtovým modelováním bylo prokázáno, že u vysoce porézních materiálů vznikají na površích zkušebních vzorků vysoké koncentrace poměrných přetvoření. Tato skutečnost způsobuje, že tenzometricky vyšetřená přetvoření jsou nevěrohodná. Z tohoto důvodu nelze na základě naměřených hodnot přetvoření na tahové a tlakové straně ohýbaného vzorku určit dvě neznámé veličiny, a to moduly pružnosti v tahu a tlaku.
2. Z experimentálně určených vzorků z Eucoru byl stanoven jeho „globální modul pružnosti“ v tahu (střední hodnota 114GPa) a dále byla určena mez pevnosti v ohybu (střední hodnota 85MPa).
3. Bylo realizováno výpočtové modelování závislosti prodloužení prutu namáhaného tahem a průhybu prutu namáhaného ohybem na různých mírách pórovitosti, a to analytickou metodou a numerickou metodou MKP. Z analýzy získaných závislostí lze konstatovat, že existuje značný rozdíl mezi hodnotami vypočtenými analyticky a MKP, který bude analyzován v další práci.

Práce byla provedena v rámci Výzkumného záměru MŠMT č. MSM 262100001.