

URČOVÁNÍ MODULŮ PRUŽNOSTI TENKÝCH VRSTEV

ELASTICITY MODULI EVALUATION AT THIN LAYERS

Přemysl Janíček, Jiří Burša¹

Abstract

The authors present a measuring method for tension and compression elasticity moduli evaluation at materials used in thin layers. The method is based on a four-point-bending test realized using a beam with rectangular cross section. Strains are measured on the upper and lower sides of the beam using electric resistance strain gauges. A mathematical theory was derived enabling to evaluate elasticity moduli in tension and compression from the measured strains by a solution of a system of two algebraic equations. The method is convenient for evaluation of elastic moduli at plasmatic coatings where a inter-layer must be created between the plasmatic coating and the basic material in some cases, as well.

Keywords: elasticity moduli, measuring method, four-point-bending, strains, plasmatic coating, plasmatic coating of EUCOR-ceramics

1. Úvod

Určování deformačně-napětových stavů u těles, realizované výpočtovým modelováním, vyžaduje znalost konstitutivních materiálových charakteristik (moduly pružnosti a součinitele příčné kontrakce). Pro současnou dobu je charakteristické, že se rozšiřuje aplikace žárových (plazmatických) nástřiků materiálů na konstrukční části nejen technických objektů, ale i komponent totálních endoprotéz kloubů. Jedná se o nástřiky kovových, resp. keramických materiálů. V souvislosti s těmito aplikacemi se objevil požadavek mít k dispozici informace o konstitutivních materiálových charakteristikách žárových nástřiků.

Tyto skutečnosti přivedly autory příspěvku na myšlenku určovat elastické charakteristiky na zkušebním vzorku namáhaném ohybem. V oblasti materiálového inženýrství se používá především tzv. čtyřbodový ohyb. Realizace této metody vyžaduje, aby byla k dispozici analytická teorie pro namáhání prutu ohybem pro případ, že na jednom nebo na obou stranách zkušebního vzorku bude jedna nebo dvě tenké vrstvy žárového nástřiku. Odvození této teorie je náplní tohoto příspěvku, protože autorům není známo, že by byla k dispozici.

Nejprve bylo nutno vyřešit tzv. *přímý problém*, u něhož se stanovují poměrná přetvoření (důsledky) v tenkých povrchových vrstvách na základě známých informací o tvaru, zatížení, materiálu a vazbách prutu.

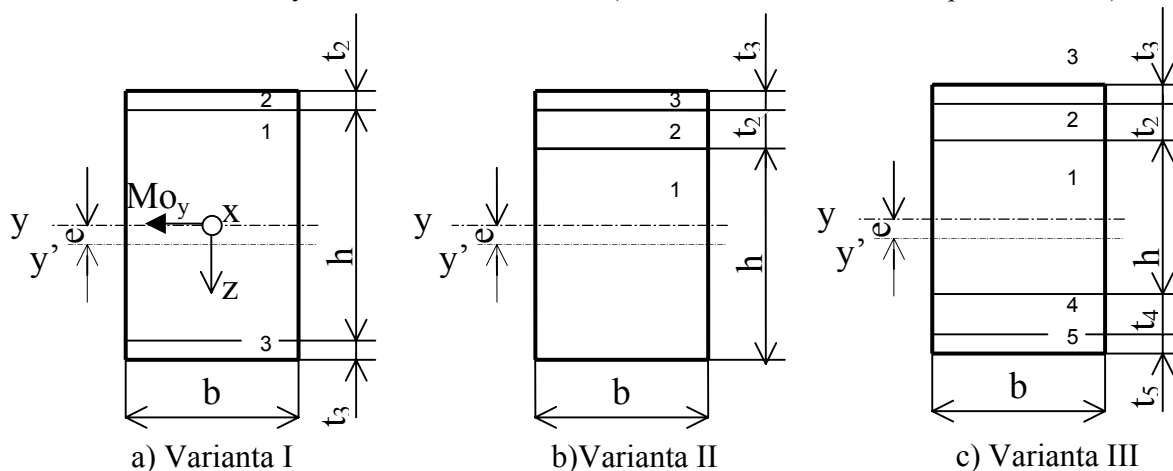
Následně byl řešen *nepřímý problém*, u něhož se na základě experimentálně zjištěných důsledků může určit některá z předešlých entit. V tomto případě je to určování modulů pružnosti v tenkých povrchových vrstvách žárového nástřiku na základě experimentálně určených extrémních přetvoření na površích těchto vrstev, nanesených na zkušební vzorky.

¹ Prof. Ing. Přemysl Janíček, DrSc., janicek @ umtn.fme.vutbr.cz , +420 5 41142807
Ing. Jiří Burša, PhD., e-mail: bursa@umtn.fme.vutbr.cz, tel. +420 5 41142868
Ústav mechaniky těles FSI VUT v Brně, Technická 2, 616 69, Brno, Česká republika.

2. Řešení přímého problému

Pro řešení přímého problému je třeba odvodit vztahy pro extrémní poměrná délková přetvoření, a to u prismatického prutu zatíženého tak, aby byl namáhán na ohyb. Odvození je provedeno pro konkrétní (obdélníkový) tvar příčného průřezu prutu (viz obr. 1). Ten je tvořen:

- jednou, tzv. „**nosnou částí**“ – parametry v této části budou označeny indexem 1,
- u **varianty I** jednou tenkou vrstvou na horní straně, jednou tenkou vrstvou na spodní; každá z těchto vrstev může mít obecně různé tloušťky a různé hodnoty modulů pružnosti,
- u **varianty II** dvěma tenkými vrstvami na jedné straně,
- u **varianty III** dvěma tenkými vrstvami na obou stranách; parametry v horní vrstvě budou označeny indexem 3, v mezivrstvě (vrstva mezi nosnou částí a horní vrstvou) indexem 2 – parametry ve spodní vrstvě budou označeny indexem 5, v mezivrstvě (vrstva mezi nosnou částí a spodní vrstvou) indexem 4.



Obr. 1: Schémata příčných průřezů prutu pro jednotlivé varianty

2.1 Poznámka:

- **Varianta I** umožňuje stanovit při realizaci jednoho tenzometrického měření modul pružnosti v tahu a modul pružnosti v tlaku. Je vhodná pro případy, u nichž se žárový nástřík nanáší na základní materiál bez mezivrstvy. Takovým případem je nanášení žárového nástříku keramiky EUCORu na litý EUCOR.
- **Varianta II** je vhodná pro případy, u nichž se mezi vrstvu žárového nástříku a základní materiál nanáší mezivrstva. Pro určení modulů pružnosti v tahu a modulu pružnosti v tlaku jsou pak nutná dvě měření – jednou je zkušební vzorek v takové poloze, že vrstva žárového nástříku je natahována, pro druhé měření se vzorek pootočí o 180° tak, aby vrstva žárového nástříku byla stlačována.
- **Varianta III** umožňuje určit moduly pružnosti v tahu a v tlaku u materiálu žárového nástříku při jednom měření. Respektuje existenci mezivrstvy mezi žárovým nástříkem a základním materiálem.

2.2 Předpoklady pro odvození teorie

Zkušebním vzorkem pro určování modulů pružnosti v tenkých vrstvách žárového nástříku bude prut namáhaný ohybem, takže předpoklady, pro zde odvozovanou teorii, budou souviset s předpoklady prosté pružnosti prutů. Jedná se o tyto předpoklady:

- Střednice prutu se při zatěžování spojitě deformuje.
- Prut je prismatický a nešroubovitý – velikost a tvar příčného průřezu jsou po délce prutu stejné.
- Nositelka ohybového momentu je v každém bodě střednice prutu totožná s hlavní centrální osou příčného průřezu, takže platí $M_{oy} \neq 0$, $M_{oz} = 0$ (viz obr. 1), jedná se tedy o rovinný (základní) ohyb.
- Platí prostá pružnost prutů, což znamená, že příčné průřezy zůstávají při zatěžování prutu rovinné a pouze se natáčí. Obecně je nutné uvažovat, že se bude jednat o „rovinnost po částech“, což znamená, že úhly natočení příčného průřezu v „nosné části“ a v tenkých vrstvách mohou být různé v důsledku různých modulů pružnosti materiálu v těchto částech.
- Neutrální osa se vůči centrální ose, v níž leží nositelka ohybového momentu, posune o určitou vzdálenost e , pro jejíž určení je rovněž třeba odvodit příslušné vztahy.

2.3 Sestavení statických podmínek

Pro prostý rovinný ohyb a pro předpoklad, že neutrální osa se posune mimo těžiště příčného průřezu o určitou neznámou vzdálenost e , je poměrné přetvoření ε ve vzdálenosti z' od osy y' (souřadnicové osy viz obr. 1) obecně dáno vztahem:

$$\varepsilon(z') = c \cdot z' \quad (1)$$

Je to rovnice přímky, jejíž použití vychází z *předpokladu zachování rovinnosti příčného průřezu*. Fyzikální význam konstanty c je úhel natočení roviny příčného průřezu (pro malý úhel c bereme $\operatorname{tg} c = c$). Absolutní člen v této rovnici chybí, protože je vyjádřena v posunutém souřadnicovém systému x, y', z' , v němž je za osu y' zvolena neutrální osa (tj. osa, kolem níž se příčný průřez natáčí a v níž platí $\varepsilon = 0$).

Předpokládejme, že příčné průřezy se budou v jednotlivých částech příčného průřezu natáčet různě, což znamená, že příčný průřez bude u zatíženého prutu po částech rovinný a natočený. Úhly natočení jednotlivých rovin jsou vyjádřeny konstantami c_1, c_2 a c_3 . Poměrná přetvoření ve střední oblasti ψ_1 , v horní oblasti ψ_2 a ve spodní oblasti ψ_3 (varianta I) budou obecně popsána vztahy:

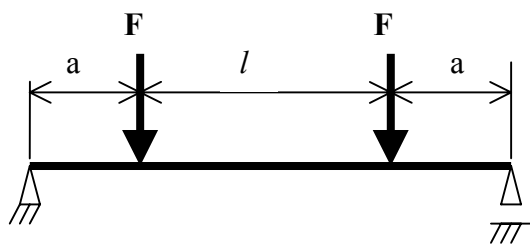
$$\text{oblast } \psi_1: \varepsilon_1(z') = c_1 \cdot z' \quad \text{oblast } \psi_2: \varepsilon_2(z') = c_2 \cdot z' \quad \text{oblast } \psi_3: \varepsilon_3(z') = c_3 \cdot z'. \quad (2)$$

Máme tedy čtyři neznámé, a to polohu neutrální osy „ e “ a tři konstanty natočení příčného průřezu, c_1, c_2 a c_3 . K jejich určení jsou k dispozici pouze dvě použitelné podmínky statické ekvivalence mezi napětím v příčném průřezu a složkami výsledných vnitřních silových účinků. Je to silová podmínka v ose x a momentová podmínka k ose y . Ostatní podmínky jsou při splnění výše uvedených předpokladů identicky rovny nule.

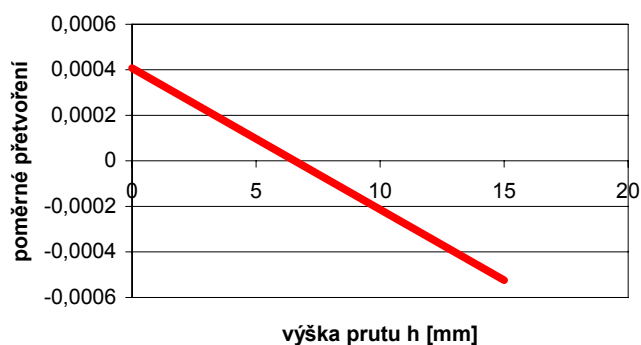
Počet veličin, které se mají určit, je tedy větší než počet použitelných rovnic, takže určení parametrů e, c_1, c_2, c_3 je staticky neurčitá úloha. Za této situace autoři použili metodu konečných prvků k ověření, zda natočení rovinného průřezu je po částech rovinné, nebo zda celý příčný průřez zachovává rovinnost a natáčí se kolem neutrální osy jako celek.

2.4 Zjištění charakteru natočení příčného průřezu metodou konečných prvků

Teorie prosté pružnosti prutů je založena na předpokladu, že příčné průřezy při deformaci zachovávají svou rovinnost a pouze se posouvají nebo natáčí. Moderními metodami experimentálního a výpočtového modelování bylo však prokázáno, že i u materiálů homogenních prutů existují případy, u nichž tento předpoklad není splněn (např. krut prutů s nekruhovým příčným průřezem). Proto, obzvláště u materiálů nehomogenních (např. vícevrstvých) prutů, by neměl být předpoklad o zachování rovinnosti příčných průřezů



Obr. 2: Schéma čtyřbodového ohybu



Obr. 3: Kontrola zachování rovinnosti příčných průřezů u prutu namáhaného ohybem

v procesu jejich zatěžování považován a priori za splněný, i když se používá např. i v teorii laminátů, ale měl by být dostupnými prostředky ověřen. Prostředkem, vhodným pro ověření, je metoda konečných prvků, která je založena na zcela jiném principu a tento předpoklad nezavádí. Ve výpočtovém modelu vytvořeném v programu ANSYS, byl uvažován poměr modulů pružnosti obou materiálů 2 : 1 a celková výška prutu 15 mm.

Průběh poměrných přetvoření ε_x po výšce náhodně zvoleného příčného průřezu prutu je na obr. 3. Je z něj zřejmé, že je v rámci běžné rozlišovací úrovně skutečně lineární, což znamená, že příčný průřez si po deformaci zachoval rovinnost jako celek a nastalo pouze jeho natočení. V důsledku této skutečnosti lze pak uvedené vztahy (2) zjednodušit do společného tvaru (1), založeného na předpokladu rovinnosti průřezu.

2.5 Odvození vztahů pro posunutí neutrální osy a natočení příčného průřezu

Na základě ověření v předcházejícím odstavci lze přetvoření ve směru osy x prutu popsat vztahem (1). V prutu vzniká jednoosá napjatost charakterizovaná pouze normálovým napětím σ_x , pro něj má konstitutivní rovnice lineárně pružného materiálu tvar:

$$\sigma_x(z') = E \cdot \varepsilon_x(z') \quad (3)$$

Pro zjednodušení zápisu nebudeme index x u napětí a přetvoření dále používat. Zavedeme však pro normálové napětí označení indexem příslušné části příčného průřezu prutu (σ_1 pro střední nosnou část, σ_2 a σ_3 pro okrajové oblasti 2 a 3) podle vztahů:

$$\text{oblast } \psi_1: \sigma_1(z') = E_1 \cdot c \cdot z' \quad \text{oblast } \psi_2: \sigma_2(z') = E_2 \cdot c \cdot z' \quad \text{oblast } \psi_3: \sigma_3(z') = E_3 \cdot c \cdot z' \quad (4)$$

Silová podmínka statické ekvivalence ve směru osy x je:

$$\int_{\psi} \sigma \cdot dS = N \quad \Rightarrow \quad \int_{\psi_1} \sigma_1 \cdot dS + \int_{\psi_2} \sigma_2 \cdot dS + \int_{\psi_3} \sigma_3 \cdot dS = N \quad (5)$$

kde N značí normálovou sílu v příčném průřezu, která je podle předpokladů prostého ohybu rovna nule. Dosadíme-li do vztahu (5) vztahy (4) dostaneme:

$$E_1 \cdot c \cdot \int_{\psi_1} z' dS + E_2 \cdot c \cdot \int_{\psi_2} z' dS + E_3 \cdot c \cdot \int_{\psi_3} z' dS = 0 \quad (6)$$

Integrály v tomto vztahu jsou statickými momenty částí ψ_1, ψ_2, ψ_3 příčného průřezu k neutrální ose y' , která je určena vzdáleností e . Statické momenty označme symboly U'_{y1}, U'_{y2} a U'_{y3} . Předcházející vztah lze pak psát ve tvaru:

$$c \cdot (E_1 \cdot U'_{y1} + E_2 \cdot U'_{y2} + E_3 \cdot U'_{y3}) = 0 \quad (7)$$

Jelikož příčné průřezy se natáčejí, je $c \neq 0$, takže výraz v závorce se musí rovnat nule. Až potud je odvozování matematické teorie stejné pro všechny varianty. Dále bude postup metodicky stejný, odlišovat se však budou vztahy pro statické a kvadratické momenty oblastí ψ_1, ψ_2, ψ_3 , příp. ψ_4, ψ_5 příčného průřezu.

VARIANTA I Pro obdélníkový příčný průřez s rozměry dle obr.1a) jsou statické momenty dány vztahy:

$$U'_{y1} = -bhe \quad U'_{y2} = -bt_2 \left(\frac{h}{2} + \frac{t_2}{2} + e \right) \quad U'_{y3} = bt_3 \left(\frac{h}{2} + \frac{t_3}{2} - e \right) \quad (8)$$

Dosadíme-li tyto vztahy do rovnice (7), dostaneme:

$$-E_1 bhe - E_2 bt_2 \left(\frac{h+t_2}{2} + e \right) + E_3 bt_3 \left(\frac{h+t_3}{2} - e \right) = 0 \quad (9)$$

Z této rovnice obdržíme pro posunutí e neutrální osy tento vztah:

$$e = \frac{1}{2} \frac{E_3 t_3 (h+t_3) - E_2 t_2 (h+t_2)}{E_1 h + E_2 t_2 + E_3 t_3} \quad (10)$$

Pro speciální případy ve vztahu k modulům pružnosti a tloušťkám vrstev platí tyto vztahy:

$$E_2 \neq E_3 \quad t_2 = t_3 = t \quad e = \frac{(E_3 - E_2)t(h+t)}{2[E_1 h + (E_2 + E_3)t]} \quad (11)$$

Pro stejné moduly pružnosti obou vrstev platí zjednodušené vztahy:

$$E_2 = E_3 = E \quad t_2 \neq t_3 \quad e = \frac{E[t_3(h+t_3) - t_2(h+t_2)]}{2[E_1h + E(t_2+t_3)]} \quad (12)$$

$$E_2 = E_3 = E \quad t_2 = t; t_3 = 0 \quad e = -\frac{Et(h+t)}{2[E_1h + Et]} \quad (13)$$

$$E_2 = E_3 = E \quad t_2 = t_3 \quad e = 0 \quad (14)$$

Momentová podmínka statické ekvivalence k ose y' má tvar:

$$\int_{\Psi_1} \sigma_1 \cdot z' \cdot dS + \int_{\Psi_2} \sigma_2 \cdot z' \cdot dS + \int_{\Psi_3} \sigma_3 \cdot z' \cdot dS = M_{oy} \quad (15)$$

Dosadíme-li do tohoto vztahu za napětí σ_1 , σ_2 a σ_3 , obdržíme:

$$E_1 \cdot c \cdot \int_{\Psi_1} z'^2 dS + E_2 \cdot c \cdot \int_{\Psi_2} z'^2 dS + E_3 \cdot c \cdot \int_{\Psi_3} z'^2 dS = M_{oy} \quad (16)$$

Integrály v těchto rovnicích jsou kvadratické momenty k neutrální ose y' , které označíme I_1 , I_2 a I_3 . Předcházející vztah lze pak psát ve tvaru:

$$E_1 c I_1 + E_2 c I_2 + E_3 c I_3 = M_{oy} \quad (17)$$

z něhož obdržíme veličinu c charakterizující natočení roviny příčného průřezu:

$$c = \frac{M_{oy}}{E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3} \quad (18)$$

Kvadratické momenty obdélníkového příčného průřezu k neutrální ose y' v předcházejícím vztahu jsou dány výrazy:

$$I_1 = \frac{1}{12} b h^3 + b h e^2 \quad I_2 = \frac{1}{12} b t_2^3 + b t_2 \left(\frac{h+t_2}{2} + e \right)^2 \quad I_3 = \frac{1}{12} b t_3^3 + b t_3 \left(\frac{h+t_3}{2} - e \right)^2 \quad (19)$$

Odvození vztahů pro extrémní poměrná přetvoření

Extrémní tahová ($\varepsilon_{t,ex}$) a tlaková ($\varepsilon_{d,ex}$) poměrná přetvoření a jim odpovídající extrémní tahová ($\sigma_{t,ex}$) a tlaková ($\sigma_{d,ex}$) napětí v konkrétním příčném průřezu se nacházejí v bodech s největší vzdáleností od neutrální osy. Poměrná přetvoření v libovolném bodě průřezu získáme ze vztahu (1), do něhož za veličinu c dosadíme vztah (18) a do něj za kvadratické momenty J_1 , J_2 a J_3 vztahy (19). Pro určení extrémních hodnot poměrných přetvoření v tahu $\varepsilon_{t,ex}$ a v tlaku $\varepsilon_{d,ex}$ přitom za vzdálenost bodu extrémního přetvoření od neutrální osy dosadíme tyto vztahy (pro zjednodušení dalších matematických zápisů nahradíme označení $\varepsilon_{t,ex}$ označením ε_3 a označení $\varepsilon_{d,ex}$ zase označením ε_2 , což jsou extrémní přetvoření ve vrstvách 3 a 2):

pro určení přetvoření $\varepsilon_{t,ex}$ (ε_3) je to vzdálenost: $z'_{b,ex} = h/2 + t_3 - e$,

pro určení přetvoření $\varepsilon_{d,ex}$ (ε_2) je to vzdálenost: $z'_{d,ex} = h/2 + t_2 + e$.

Extrémní přetvoření ε_2 a ε_3 jsou pak dána vztahy:

$$\varepsilon_2 = c \cdot z'_{d,ex} = c (h/2 + t_2 + e), \quad \varepsilon_3 = c \cdot z'_{b,ex} = c (h/2 + t_3 - e)$$

Dosazením vztahů (18) a (19) obdržíme po triviálních úpravách tyto konečné výrazy pro extrémní přetvoření ε_2 a ε_3 :

$$\varepsilon_2 = \frac{M_{oy}}{b} \frac{6(h + 2t_2 + 2e)}{E_1[h^3 + 12he^2] + E_2[t_2^3 + 3t_2(h + t_2 + 2e)^2] + E_3[t_3^3 + 3t_3(h + t_3 - 2e)^2]} \quad (20)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{M_{oy}}{b} \frac{6(h + 2t_3 - 2e)}{E_1[h^3 + 12he^2] + E_2[t_2^3 + 3t_2(h + t_2 + 2e)^2] + E_3[t_3^3 + 3t_3(h + t_3 - 2e)^2]} \quad (21)$$

Tyto vztahy obsahují posunutí e neutrální osy, které je podle vztahu (10) funkcí modulů pružnosti E_1, E_2, E_3 .

VARIANTA II Pro obdélníkový příčný průřez s rozměry dle obr.1b) jsou statické momenty dány vztahy:

$$U'_{y1} = bh\left(\frac{t_2}{2} + \frac{t_3}{2} - e\right) \quad U'_{y2} = -bt_2\left(\frac{h}{2} - \frac{t_3}{2} + e\right) \quad U'_{y3} = -bt_3\left(\frac{h}{2} + \frac{t_2}{2} + e\right) \quad (22)$$

Dosadíme-li tyto vztahy do rovnice (7), dostaneme:

$$-E_1bh\left(\frac{t_2 + t_3}{2} - e\right) - E_2bt_2\left(\frac{h - t_3}{2} + e\right) - E_3bt_3\left(\frac{h + t_2}{2} + e\right) = 0 \quad (23)$$

Z této rovnice obdržíme pro posunutí e neutrální osy tento vztah:

$$e = \frac{E_1h(t_2 + t_3) - E_2t_2(h - t_3) - E_3t_3(h + t_2)}{2(E_1h + E_2t_2 + E_3t_3)} \quad (24)$$

Kvadratické momenty obdélníkového příčného průřezu k neutrální ose vystupující v rovnici (18) budou u varianty II dány těmito výrazy:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{12}bh^3 + bh\left(\frac{t_2 + t_3}{2} - e\right)^2 & I_2 &= \frac{1}{12}bt_2^3 + bt_2\left(\frac{h - t_3}{2} + e\right)^2 \\ I_3 &= \frac{1}{12}bt_3^3 + bt_3\left(\frac{h + t_2}{2} + e\right)^2 \end{aligned} \quad (25)$$

Extrémní přetvoření ε_3 na povrchu horní vrstvy bude dáno vztahem:

$$\varepsilon_3 = -\frac{M_{oy}}{b} \frac{6(h + t_2 + t_3 + 2e)}{E_1[h^3 + 3h(t_2 + t_3 - 2e)^2] + E_2[t_2^3 + 3t_2(h - t_3 + 2e)^2] + E_3[t_3^3 + 3t_3(h + t_2 + 2e)^2]} \quad (26)$$

V otočené poloze, kdy je vrstva 3 na spodním povrchu v oblasti kladných napětí a přetvoření, se pouze ve vztahu (26) změni znaménko.

VARIANTA III V dalším textu jsou uvedeny výsledné vzorce pro vzdálenost e neutrální osy a pro extrémní poměrná přetvoření na horní vrstvě ❸ a na spodní vrstvě ❹ (viz obr. 1c). Tyto vztahy lze psát s využitím poznatků z předchozích dvou variant.

$$e = \frac{E_4t_4(h + t_4) + E_5t_5(h + t_5 + 2t_4) - E_2t_2(h + t_2) - E_3t_3(h + t_3 + 2t_2)}{2(E_1h + E_2t_2 + E_3t_3 + E_4t_4 + E_5t_5)} \quad (27)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{M_{oy}}{b} \frac{6(h + 2(t_2 + t_3 + e))}{A} \quad (28)$$

$$\varepsilon_5 = \frac{M_{oy}}{b} \frac{6(h + 2(t_4 + t_5 - e))}{A} \quad (29)$$

kde

$$A = E_1[h^3 + 12he^2] + E_2[t_2^3 + 3t_2(h + t_2 + 2e)^2] + E_3[t_3^3 + 3t_3(h + t_3 + 2t_2 + 2e)^2] + E_4[t_4^3 + 3t_4(h + t_4 - 2e)^2] + E_5[t_5^3 + 3t_5(h + t_5 + 2t_4 - 2e)^2]$$

3. Řešení nepřímého problému

Nepřímý problém je formulován takto (označení platí pro variantu I).

Odvodit vztahy pro určení modulu pružnosti E_3 v tahu a E_2 v tlaku ve vrstvách žárového nástřiku z experimentálně stanovených extrémních poměrných přetvoření ε_2 a ε_3 , a to pro prut, jehož geometrie, zatížení, materiály a vazby jsou stejné jako u přímého problému.

Pro extrémní poměrná přetvoření v tlakové a v tahové oblasti prutu byly odvozeny vztahy (20) a (21). Vyřešit nepřímý problém znamená z těchto dvou rovnic určit moduly pružnosti materiálu nástřiku v tahu (E_3) a v tlaku (E_2). Řešení je ještě komplikováno skutečností, že posun neutrální osy e je rovněž funkcí neznámých modulů pružnosti, popsanou vztahem (10). Ostatní veličiny v těchto vztazích jsou známé, a to rozměry příčného průřezu b , h , t_2 a t_3 , modul pružnosti E_1 střední části prutu, dále ohybový moment $M_{oy}(x) = F \cdot a$ a experimentálně zjištěná extrémní poměrná přetvoření v tahové oblasti (ε_3) a v tlakové oblasti (ε_2).

Vzhledem ke komplikovanému tvaru těchto rovnic je nutné jejich řešení vzhledem k neznámým veličinám E_2 a E_3 realizovat numericky. Pro varianty II a III se pro určení neznámých modulů pružnosti vrstev nástřiku v tahu a v tlaku použijí odpovídající vztahy pro e a ε . K tomu je třeba navíc znát samozřejmě moduly pružnosti příslušných mezivrstev E_2 (viz obr. 1b), příp. i E_4 (viz obr. 1c).

3.1 Poznámka k experimentálnímu určování poměrných přetvoření

V současnosti existuje celá řada měřících metod na zjišťování velikosti poměrných přetvoření. Výběr efektivní metody souvisí s typem materiálu, u něhož se budou moduly pružnosti určovat. Pokud lze aplikovat odporové tenzometry, jeví se jejich použití jako velmi efektivní, a to nejenom z hlediska přesnosti dosažených výsledků měření, ale i v tom, že vedle modulů pružnosti lze snadno určit i součinitele příčného zúžení v tahu a tlaku. Pro jejich určení je ovšem nutné realizovat i měření poměrných přetvoření na horní a dolní ploše prutu ve směrech kolmých na podélnou osu prutu. Jelikož v případě čtyřbodového ohybu je v oblasti mezi podporami konstantní ohybový moment, jsou zde konstantní i všechna poměrná přetvoření na horní, resp. spodní ploše vzorku, takže nezáleží na tom, ve kterém místě mezi podporami se měření realizuje.

Určování poměrných přetvoření by se mělo ovšem realizovat v dostatečné vzdálenosti od podpor, protože v jejich blízkosti nejsou splněny podmínky pro existenci prostého namáhání Nelze-li na povrch prutu aplikovat odporové tenzometry, je možno použít mechanické extenzometry.

3.2 Metodika určování modulu pružnosti plazmatického nástřiku EUCORu

Na ocelový zkušební vzorek byla oboustranně plazmaticky nanášena vrstva slitiny NiAl k vyrovnání gradientů napětí, vznikajících na rozhraní kov – keramika při ohřevu v rámci technologického procesu nanášení keramické vrstvy. Na tuto vrstvu byla plazmaticky nanášena, opět oboustranně, vrstva keramiky EUCOR a na ni byly nalepeny tenzometrické snímače v podobě tenzometrických křížů fy Hottinger se základnami snímačů 3mm. Toto odpovídá variantě III. Měření se realizovala na trhacím stroji ZWICK Z020.

Tloušťky vrstev t_2 až t_5 je nutné určit měřením na rozříznutém zkušeni vzorku příčným řezem (řez kolmý na podélnou osu vzorku). Výsledky měření poměrných přetvoření uvádí tab.1, tloušťky jednotlivých vrstev jsou v tab. 2.

Měření tloušťky bylo provedeno na výbrusu příčného řezu ocelovou tyčinkou s oboustranným nástřikem EUCORu. Příčný řez byl proveden středem tenzometrického kříže kolmo k rovině povrchu. U každého nástřiku byla provedena tři měření tloušťky keramické vrstvy a tři měření mezivrstvy mezi keramikou a ocelovým základním materiálem. Průměrná hodnota tloušťky každé měřené vrstvy je uvedena ve zvláštní buňce tabulky. Po dosazení hodnot nezávisle proměnných veličin do vztahů (27) až (29) se numerickým řešením získají moduly pružnosti v tlaku a tahu plazmatického nástřiku EUCOR.

Síla [N]	Deformace na horní straně [10^{-6}]			Deformace na dolní straně [10^{-6}]			Poměr osových přetvoření $\varepsilon_{oh}/\varepsilon_{od}$
	osový směr ε_{oh}	příčný směr ε_p	$\mu = -\varepsilon_p/\varepsilon_{oh}$	osový směr ε_{od}	příčný směr ε_p	$\mu = -\varepsilon_p/\varepsilon_{od}$	
998	-408	112	0,27	465	-123	0,26	0,877
995	-407	112	0,28	464	-123	0,27	0,877
995	-405	110	0,27	464	-123	0,27	0,873
994	-405	110	0,27	464	-123	0,27	0,873
1000	-410	112	0,27	465	-123	0,26	0,882
999	-410	112	0,27	465	-123	0,26	0,882
998	-409	111	0,27	464	-122	0,26	0,881

Tab.1: Výsledky měření poměrných přetvoření

Keramika s tenzom. křížem (horní strana)	Měření 1., 2., 3.	Prům. tloušťka [μm] t_3		Měření 1., 2., 3.	Prům. tloušťka [μm] t_2
Nástřik EUCORu	260	263 ± 12	mezivrstva	75	100 ± 20
	250			125	
	280			100	
Spodní strana keramiky s tenzom. křížem,	Měření 1., 2., 3.	Prům. tloušťka [μm] t_5		Měření 1., 2., 3.	Prům. tloušťka [μm] t_4
Nástřik EUCORu	100	108 ± 6	mezivrstva	100	110 ± 8
	115			120	
	110			110	

Tab. 2: Hodnoty tlouštěk plazmatické vrstvy (t_3 , t_5) a mezivrstvy NiAl (t_2 , t_4)

Závěr

Navržená metoda se jeví jako velmi efektivní, a to z těchto důvodů:

- ☺ umožňuje na jednom zkušební vzorku určovat moduly pružnosti a součinitele příčné kontrakce v tahu a v tlaku i u materiálů, u nichž jsou tyto veličiny v tahové a tlakové oblasti různé,
- ☺ umožňuje respektovat velikost a materiálové charakteristiky mezivrstev mezi plazmaticky nanesenou vrstvou a základním materiálem,
- ☺ umožňuje určovat výše uvedené veličiny u materiálů, u nichž nelze zhotovit normalizované zkušební vzorky pro tahovou resp. tlakovou zkoušku,
- ☺ odstraňuje nežádoucí parazitní jevy u tlakové zkoušky v podobě přídavných ohybů a existence smykových napětí na stykových plochách vzorku a čelistí zatěžovacího stroje.

Tato práce byla realizována v rámci Výzkumného záměru MŠMT č. CEZ:322/98:262100001