

THIN-WALLED SHELLS COLLAPSE – EXPERIMENTS AND FE SOLUTION

Hroucení tenkostěnných skořepin – experiment a MKP výpočet

Miroslav Španiel, Stanislav Holý, Jan Dvořák

Abstract: The paper deals with stability loss critical force assesment of thin-walled shells. Experimental analysis of thin walled cylindrical shell, perfectly fixed at both end sections and compressed by axial force until collapse was done. Maximum axial force value obtained via experiment was several times lower than „Eulerian“ critical force computed both analytically and FEM. FE post-buckling analysis of shell with shape imperfections using deformation controll of loading, and small artificial damping seems to result in acceptable correspondence between experiment and numerical solution. Further sensitivity studies of imperfection estimation influence on numerical solution may be required.

Key words: collapse, thin-walled shell, experiment, FEA

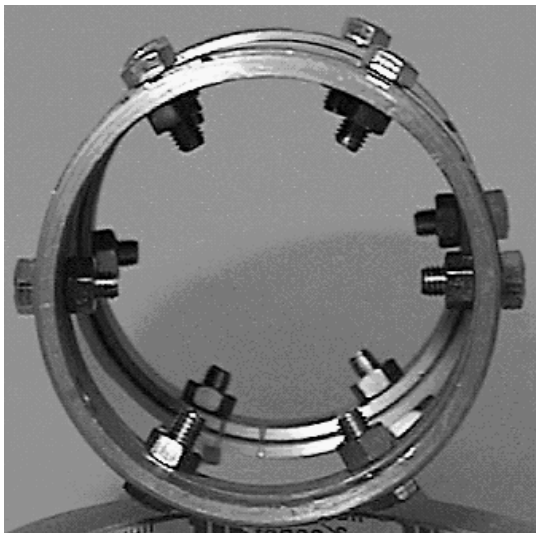
1. Úvod

Problematika ztráty stability prvků konstrukcí se vyskytuje zejména ve stavbě letadel. Ještě dnes je hlavním výpočetním přístupem analytický výpočet založený na ověřených zjednodušeních, přičemž mezní stavy ztráty stability jednotlivých prvků se určují z experimentálních podkladů. Tento způsob má své nedostatky u tvarově složitějších a staticky neurčitých konstrukcí, často také naráží na nedostatek experimentálních podkladů pro daný tvar prvků a jejich okrajové podmínky. Naším cílem je ověřit možnost použití MKP výpočtů pro určení mezních stavů ztráty stability tenkostěnných konstrukcí a to pro začátek na elementární úloze válcové skořepiny namáhané osovým tlakem. Jako dostupný vzorek požadovaného tvaru z vhodného materiálu (hliník) byly použity pláště pivních plechovek.

2. Experimentální část



Obr. 1: Uspořádání experimentu.



Obr. 2: Upínací přípravek.

Přehled vstupních údajů a výsledků experimentu:

druh zkoušky: prostý tlak

zkušební zařízení: Eckert FPZ – 100, 1 – 10 kN

popis vzorku: plechovka od piva - plášť, hliník, celková délka 125 mm, délka části mimo vetknutí 85 mm, průměr $d = 65,6$ mm, tloušťka stěny $t = 0,11$ mm, $R/t = 300$, průřez $A = 22,67$ mm²

počet vzorků: 8

způsob vybočení stěny: malé vlny, ideálně 6, typická kosočtvercová struktura vln

kritická síla: 0,66 – 1,07 kN

statistické vyhodnocení zkoušky: program Excel

střední hodnota: 0,8388 kN

směrodatná odchylka: 0,1645 kN

variační součinitel: 19,6 %

napětí při střední hodnotě kritické síly: 37 MPa

napětí při max. hodnotě kritické síly: 47 MPa

napětí při min. hodnotě kritické síly: 29 MPa

kritické napětí dle teorie malých vybočení: 169 MPa

kritické napětí dle empirického vzorce: 49 MPa

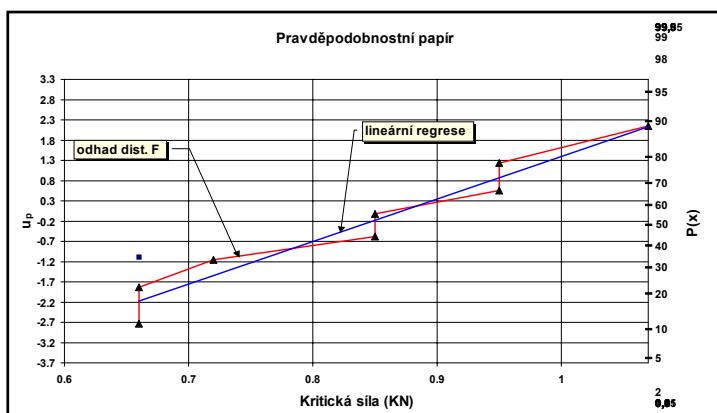
Pro zkoušku byly vybrány nové nepoužité plechovky. Ty byly ještě dále vytříděny a vybrány pouze kusy ideálního tvaru. Odříznutí den bylo provedeno speciálně upraveným nožem. Jako přípravek slouží ocelový kroužek, ustavený do souosé polohy s osou skořepiny. Nejprve je odříznuto dno na jedné straně, následuje vložení kroužku pro zavedení síly, otvory pro 6 šroubů se prorazí speciálním kruhovým nástrojem. Následuje přišroubování dvou vnějších přitlačných segmentů. Teprve nyní se postup opakuje na opačném konci. Takto je zachována tuhost skořepiny v průběhu celé montáže.

Zatěžování se provádělo až do oblasti, kdy deformace výrazně překračují hodnoty odpovídající kritickému zatížení. Po odlehčení pak zůstanou krátké vlny umístěné přibližně v polovině délky skořepiny. Mírný posuv směrem dolů by mohl být způsoben nepatrně slabší stěnou v dolní části v důsledku výrobního postupu tažení. Tvar vln je zřejmý z obr. 10. Počet vln povážlivě koresponduje s počtem přitlačných šroubů v přípravku. Tloušťka segmentů 2,0 mm byla volena s ohledem na jejich dostatečnou tuhost. Je rovněž třeba uvést, že lokální způsob vybočení u demonstrační zkoušky vzorku bez přípravku, který jsme provedli, směřuje také k počtu vln 6, jak je uvedeno ve zprávě [1].

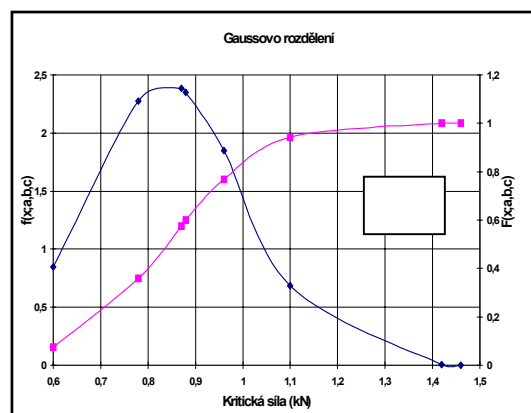
Tabulka 1: Naměřené hodnoty kritické síly:

vzorek	1	2	3	4	5	6	7	8
kritická síla (kN)	0,85	0,66	0,85	0,66	0,72	0,95	1,07	0,95

Statistické vyhodnocení zkoušky je provedeno v programu MS_Excel s naprogramovanými makry. Variační součinitel 19,6 % dokládá poměrně velký rozptyl naměřených hodnot, který je v souladu s očekáváním. Citlivost výsledků zkoušek ztráty stability v tlaku na tvarové odchylky je opakovaně zmiňována v literatuře [2]. Při zkouškách vzorků s vadami může být tato hodnota ještě o 50 % vyšší, naopak při zkouškách v krutu klesá na hodnotu kolem 5 % jak je uvedeno ve zprávě [1].



Obr. 3: Pravděpodobnostní papír



Obr. 4: Gaussovo rozdělení

Výsledky v pravděpodobnostním papíru je možno uspokojivě proložit přímkou – graf na obr. 3. Průběh distribuční funkce a hustoty pravděpodobnosti znázorňuje graf na obr. 4.

Výpočet kritického napětí válcové skořepiny v tlaku:

Vycházíme z pojetí podle [1], kde:

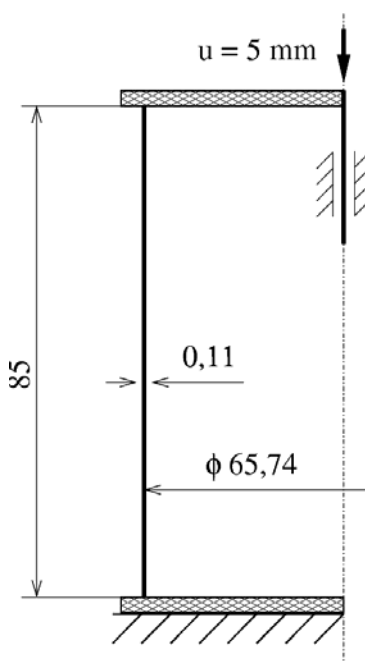
$$\sigma_{KR} = K_T \cdot E \cdot (t/r)$$

Z teorie malých vybočení odvozeno $K_T = 0,605$ potom $\sigma_{KR} = 169 \text{ MPa}$.

Na základě výsledků zkoušek autor doporučuje $K_T = 0,176$ potom $\sigma_{KR} = 49 \text{ MPa}$.

Můžeme konstatovat, že námi určené kritické napětí (při střední hodnotě kritické síly) o velikosti 37 MPa činí 75% hodnoty dle empirického vzorce a 22% hodnoty teoretické.

3. Simulace hroucení válcové skořepiny MKP



Stejně jako u analytického postupu jsou hodnoty kritických sil vypočtených metodou konečných prvků při ztrátě stability nerealisticky vysoké. Jednou z možností jak zpřesnit výpočet kritického zatížení je analýza hroucení modelu s imperfekcemi. Tento příspěvek je věnován stanovení kritického zatížení tenkostěnné válcové skořepiny s imperfekcemi a verifikaci výsledků porovnáním s experimentem. Veškeré výpočty byly provedeny programem ABAQUS firmy HKS.

Popis modelu: Model sestává ze tří částí (viz obr. 5) - vlastního tělesa plechovky modelovaného 70 210 skořepinovými elementy typu S4 (uzlů je 70 623) a modelů upínacích zařízení, které jsou definovány jako dokonale tuhá tělesa ve tvaru mezikruhových desek. Válcová skořepina je do těchto těles vetknuta. Spodní upínací zařízení je uloženo ve všech šesti stupních volnosti, horní se může pohybovat pouze v osové směru.

Materiál je modelován jako elasticko-plastický s parametry:

$$E = 70\,000 \text{ MPa}, \mu = 0,3, \sigma_k = 200 \text{ MPa},$$

modul zpevnění $E_T = 200 \text{ MPa}$.

Obr. 5: Schéma MKP modelu.

Zavedení imperfekce: Vzhledem k tomu, že nejsou k dispozici podklady o tvarových poruchách pivních plechovek byly imperfekce zaváděny jako lineární kombinace vybraných vlastních tvarů při ztrátě stability podle následujících pravidel:

- Každý vlastní vektor posuvů je nejprve měřítkován tak, aby maximální radiální posuv byl jednotkový.
- Pokud je kritická síla vícenásobná (což je vzhledem k rotační symetrii typické), jsou oba vlastní vektory zkombinovány tak, aby maximální posuv ležel na ose r cylindrického systému a tento výsledek je použit jako jeden vlastní vektor.
- Nakonec jsou koeficienty jednotlivých vlastních vektorů modifikovány tak, aby maximální radiální imperfekce dosáhla stanovené hodnoty.

Tento postup je naprogramován tak, že vstupem je N vlastních vektorů z výpočtu stability “perfektního” modelu a výstupem jsou změny souřadnic pro všechny uzly. Pro model prezentovaný v této studii bylo použito prvních 20 vlastních tvarů a maximální radiální imperfekce byla stanovena na 50% tloušťky stěny, t.j. $\Delta r_{\max} = 0,055 \text{ mm}$.

Vlastní simulace hroucení byla prováděna jako statická analýza, bez uvažování setrvačných sil. Řízení výpočtu lze provádět buď v podmínkách silového zatěžování, kdy je definována zatěžující síla na horním upínacím zařízení a snímán jeho posuv nebo v podmínkách řízené deformace, kdy je definován posuv a snímána reakční síla. Ukázalo se, že při silovém zatěžování jsou potíže s konvergencí a to i v případě, kdy je při inkrementaci použita metoda délky oblouku (ALM). Řízená deformace se ukázala být podstatně efektivnější, zejména při zavedení malého umělého tlumení.

Model prezentovaný v tomto příspěvku byl zatěžován v podmínkách řízené deformace do stlačení $\Delta l = 5 \text{ mm}$.

Výsledky výpočtu: Stěžejním výsledkem výpočtu je zatěžovací křivka závislost *síla—stlačení*. V grafu na obr. 6 jsou vyneseny tyto závislosti získané experimentálně (obrázek ukazuje rozptyl experimentálních závislostí) a křivka vypočtená MKP. Je vidět, že charakter závislostí je ve velmi dobré shodě. Maximální

výpočtová lisovací síla

$$F_{MKP}^{\max} \cong 1320 \text{ N}$$

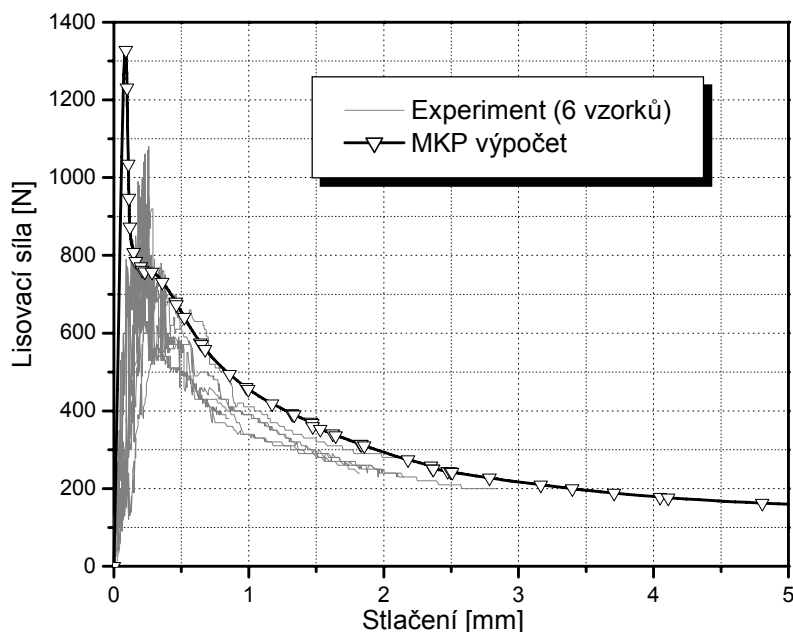
je poněkud

$$\text{větší než } F_{EXP}^{\max} \cong 1090 \text{ N}.$$

To je patrně způsobeno tím, že výpočtový odhad imperfekce je příliš optimistický. Mírný odklon vrcholu experimentálních křivek směrem k větším hodnotám stlačení lze téměř s jistotou vysvětlit vůlemi v upínacím zařízení.

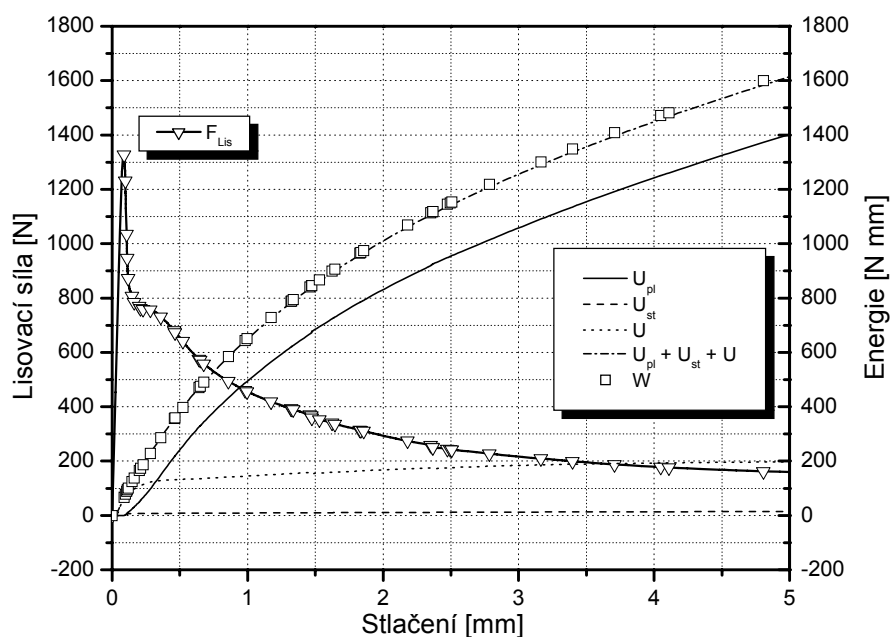
V grafech na obrázcích 7 a 8 jsou vyneseny zatěžovací křivky a závislosti energetických charakteristik na stlačení. Obr.8 představuje detail v rozsahu stlačení $\Delta l \in < 0; 0,5 > \text{ mm}$.

Z energetických charakteristik jsou vyneseny:



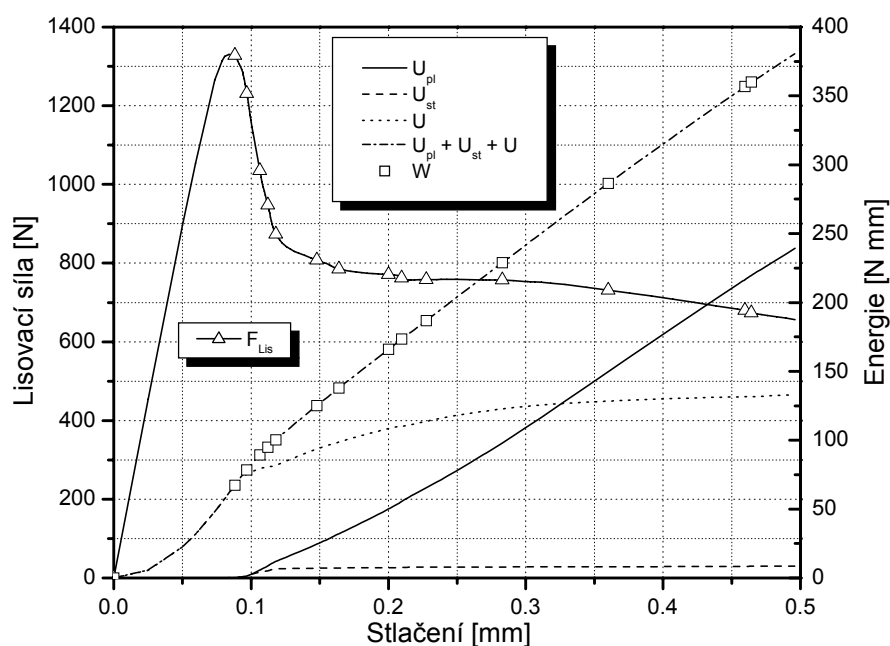
Obr. 6: Srovnání výpočtené a změřených zatěžovacích křivek.

- Deformační energie U [Nmm]
- Energie dissipovaná v důsledku plastizace U_{pl} [Nmm]
- Energie dissipovaná v důsledku umělého tlumení U_{st} [Nmm]
- Práce vykonaná vnější silou v zatěžovacím procesu W [Nmm]



Obr. 7: Zatěžovací křivka v plném rozsahu hroucení.

Z obr. 7 je zřejmé, že kromě začátku je celý proces hroucení charakterizován výrazným plastizováním. Většina práce zatěžovací síly je dissipována ve formě práce napjatosti na plastické části celkové deformace. Vzhledem k dobré shodě experimentální a vypočtené zatěžovací křivky v oblasti stlačení nad 1 mm lze konstatovat, že zvolená aproximace pracovního diagramu materiálu plechovky velmi dobře vyhovuje.



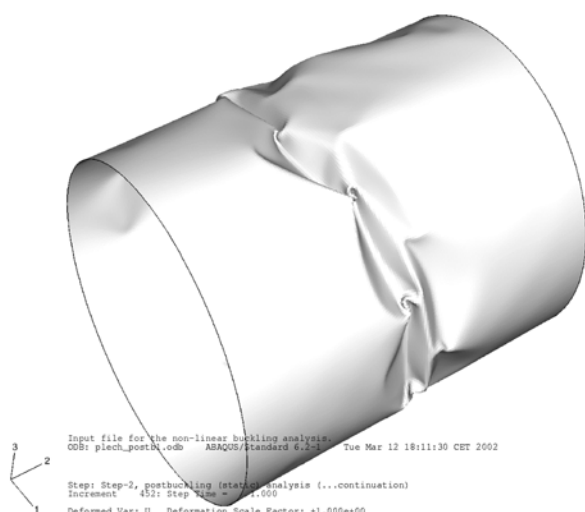
Obr. 8: Zatěžovací křivka na počátku hroucení.

Obrázek 8 dokumentuje fakt, že vlastní počátek hroucení nastává v elastickém stavu. Z obou obrázků je patrné, že energie dissipovaná umělým tlumením je zanedbatelná. Umělé tlumení se uplatní jako stabilizující faktor při prvním objevení plastické deformace, když stlačení je $\Delta l = 0,09 \text{ mm}$. Potom se již toto tlumení prakticky neuplatňuje.

Z provedeného rozboru vyplývá, že zdroje rozdílů mezi MKP simulací a experimentem jsou následující:

1. Odhad velikosti a distribuce imperfekcí.
2. Okrajové podmínky. Upnutí plechovky v přípravku není dokonalé, mezi upínacím přípravkem a strojem jsou vůle, které se mohou uplatnit právě v počáteční fázi hroucení.

Na obrázcích 9, resp. 10 jsou deformované tvary plechovky z výpočtu MKP, resp. po experimentu.



Obr. 9: Deformovaný tvar vypočtený MKP při stlačení $\Delta l = 5 \text{ mm}$



Obr. 10: Vzorek po stlačení.

4. Závěry.

Byla ověřena možnost výpočtu kritického zatížení tenkostěnné válcové skořepiny MKP s využitím simulace hroucení modelu s imperfekcemi. Numerické experimenty ukazují, že nejefektivnější je inkrementální Newton-Raphsonovo výpočtové schéma s řízenou deformací a s malým umělým tlumením. Byla provedena jedna velmi podrobná simulace hroucení až do stlačení $\Delta l = 5 \text{ mm}$. Citlivost vypočtené hodnoty kritické síly na velikost a distribuci imperfekcí nebyla verifikována, ale rozbor výsledků naznačuje, že bude nezanedbatelná. Proto dalšími kroky při výzkumu simulace hroucení tenkostěnných skořepin bude analýza citlivosti výsledků na velikosti elementu a na velikosti a distribuci imperfekcí. Autoři děkují firmě Pražské pivovary, a.s. za poskytnutí pivních plechovek.

Literatura:

- [1] Holý, S., Dvořák, J., Vítek, K., - Inovace výuky předmětu tenkostěnné konstrukce, část: Experimentální studie ztráty stability válcové skořepiny, zpráva o řešení grantu FRVŠ 1827/2001
- [2] Špunda, J. – Stavba strojů XI. - Pevnostní výpočet a navrhování materiálůve úsporných tenkostěnných konstrukcí - I. část, seminář k 20. výročí VAAZ

Výzkum je podporován grantem GA ČR 106 / 001477 a FRVŠ 2001 / 1827.