

IDENTIFICATION OF ELASTICITY CONSTANTS BY A BAR ETALON IDENTIFIKACE ELASTICKÝCH KONSTANT PRUTOVÝM ETALONEM

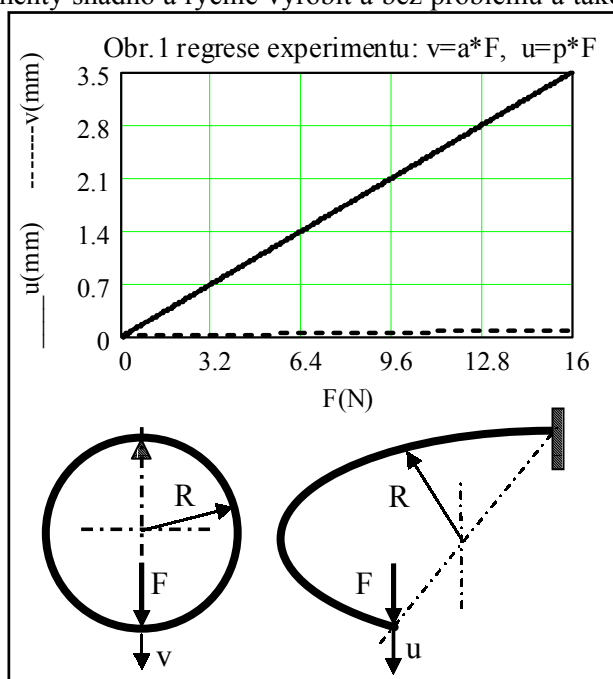
Karel VÍTEK

Abstract: Computational approach to structural or limit state assessment needs better knowledge of material qualities as one of the basic inputs. The methodology of determining the construction materials' elastic constants is based on the mechanical tests, being mostly tensile tests, of partially loaded specimens (macro-specimens). The elastic constants obtained are applied mainly when a computer-aided modeling structure is used which considerably advanced due to computer techniques development in the last years (to obtain a deeper understanding of occurring phenomena, it is necessary to find out the σ - ε distribution). It is the aim of this article to introduce a original method for a material identification of FEM computing system. The method is based on the two simply experiments and three simply calculations of only three displacements on the simply etalon bar beam. In this case, it is demonstrated how to find material identification which uses finite element method (the Young's modulus of elasticity and Poisson's ratio are determined by this method).

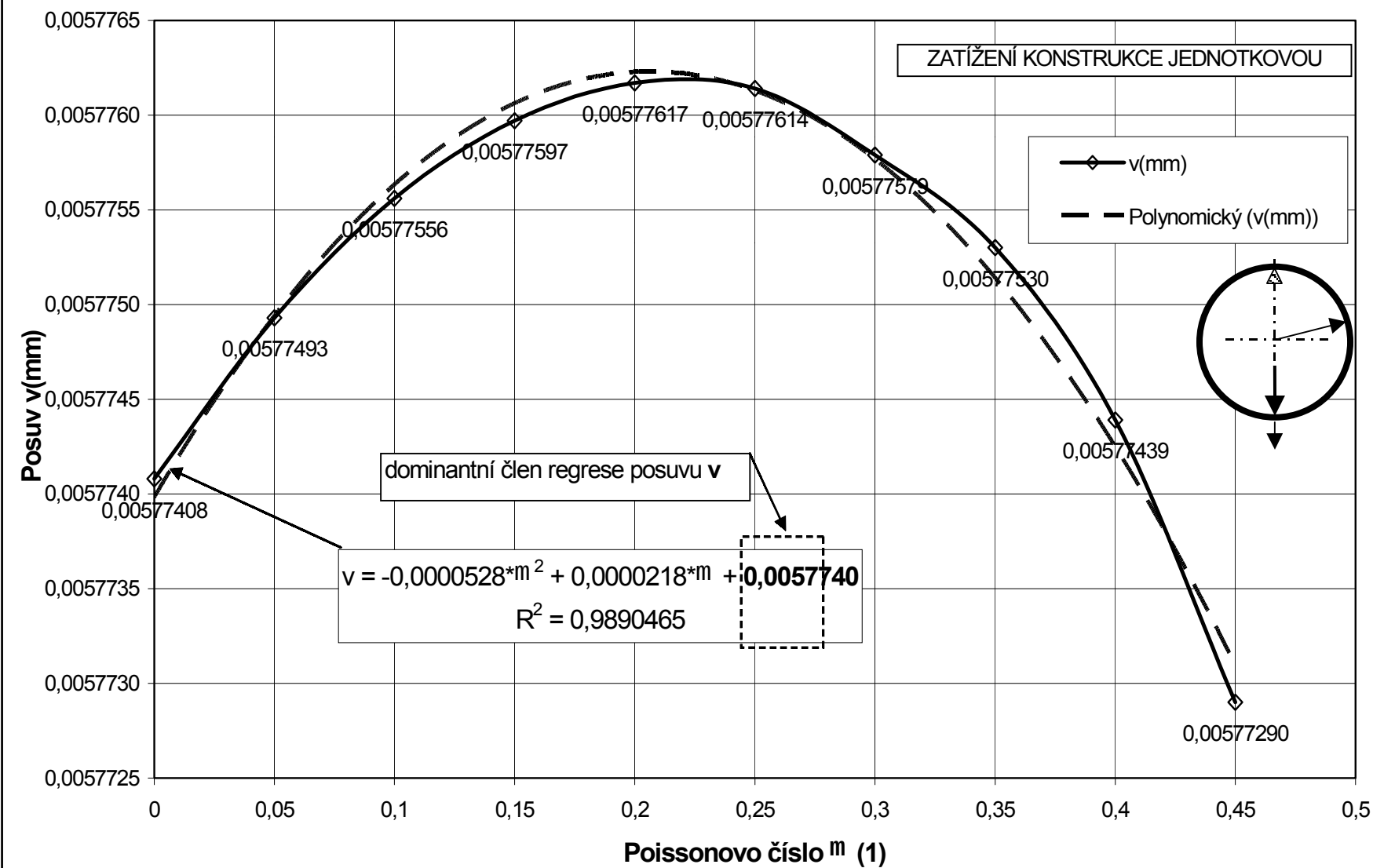
Key words: Young's modulus, Poisson's ratio, Material identification, FEM

Klasická tahová zkouška může vnášet do materiálové identifikace elastických konstant principiální nejistotu v definici okrajových podmínek (interakce vzorku a čelistí trhačky, poloha vzorku, neboť zkouška pro definované parciální zatížení tahem je vlastně zkouškou na kombinaci ohybu a tahu vzorku s dominantním tahem) a zároveň je při ní nutno měřit malé relativní deformace tenzometry. Proto identifikovat tahovou zkouškou materiálové vlastnosti je zdoluhavé a poměrně drahé. Obecněji namáhané prutové těleso jednoduchého tvaru je možno pro experimenty snadno a rychle vyrobit a bez problémů a také rychle ve výpočetním systému namodelovat. Na jednoduché konstrukci prutu je možno za účelem materiálové identifikace měřit experimentálně posuvy a vhodnou volbou rozměrů prutu také ladit citlivost deformací a přizpůsobit ji citlivosti měřidel, která při měření posuvů prutu mohou být mechanická a není pak nutno investovat do tenzometrie.

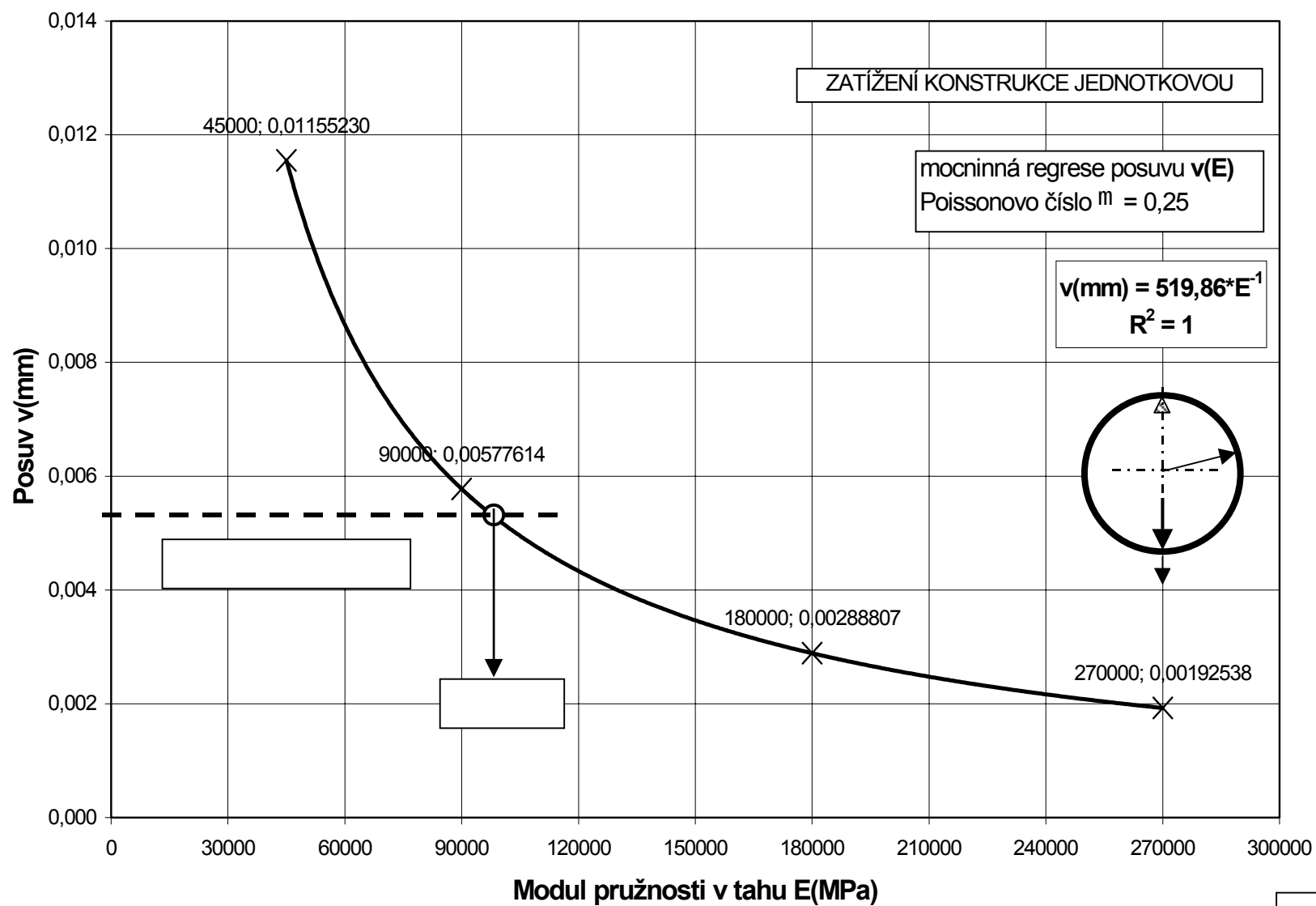
Ohybový diagram závislosti posuvu v na síle F litinového kroužku z obr. 1 je v oblasti Hookeova zákona vyrovnán lineární regresí ve tvaru: $v = a \cdot F$. Směrnice regresní přímky $a(E, \mu)$ je obecně funkcí modulu pružnosti E , Poissonova čísla μ a konstantních rozměrů uvažovaného prutu (ten tvoří kroužek o středním poloměru $R=37,85\text{mm}$ s konstantním obdélníkovým průřezem o radiální výšce $h=3,3\text{mm}$ a šířce $b=5,15\text{mm}$). Analýza MKP uvedená v obr. 2 vzhledem k Poissonovu číslu μ tohoto posuvu $v(E, \mu)$ pro volenou zatěžovací jednotkovou sílu F je vyrovnána polynomičnou regresí. Stabilní konstantní člen zde bude funkcí modulu pružnosti E (a konstantních rozměrů prutu) a ostatní zanedbatelné členy, které ovlivňují ve výpočtu nejvýše 4. významovou číslici výsledku posuvu $v(E, \mu)$, jsou funkcí μ (a konstantních rozměrů). Uvažovaný posuv v je tedy velmi slabou funkcí μ a dominantní funkcí E .



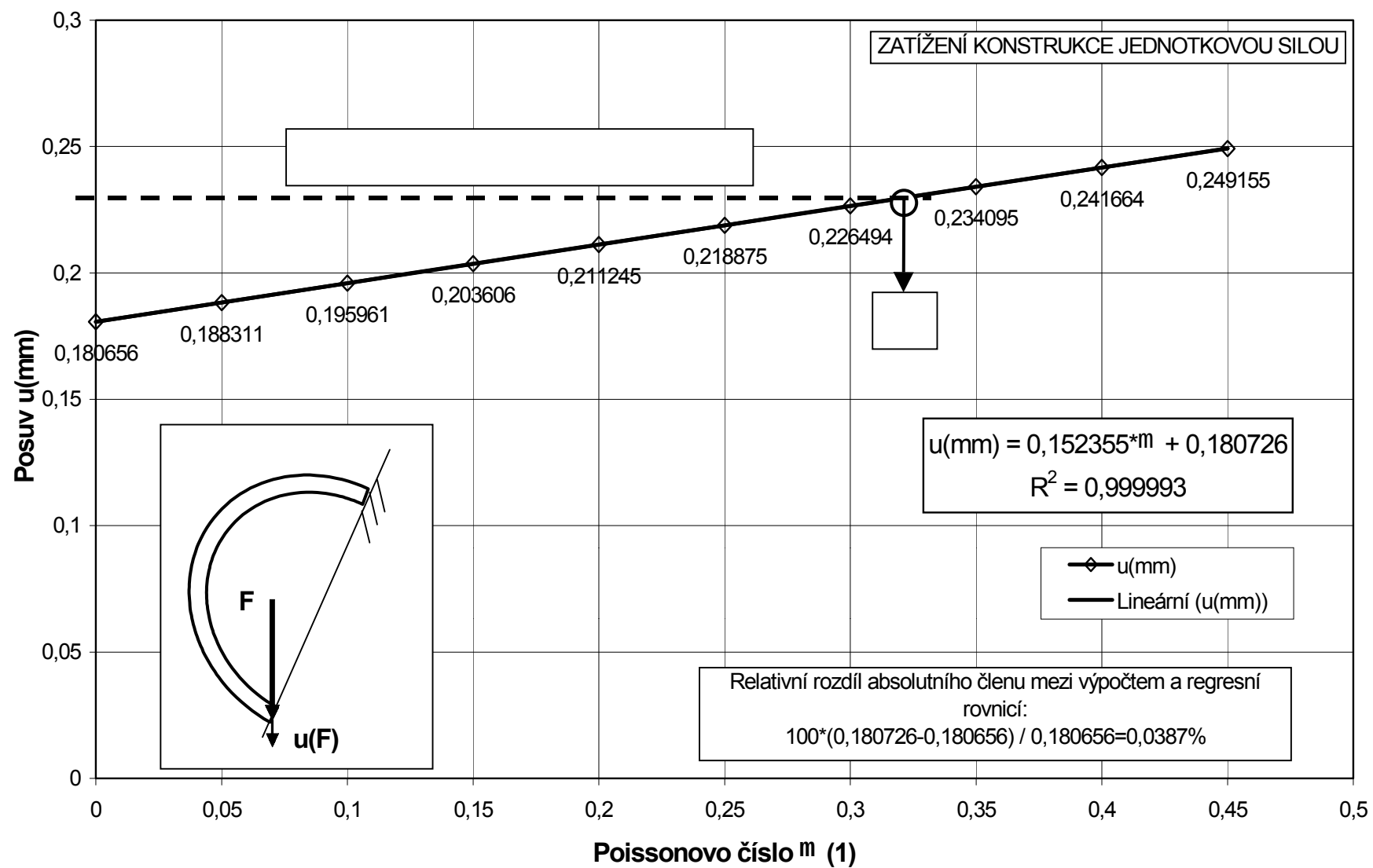
ZÁVISLOST POSUVU KONSTRUKCE v(mm) NA POISSONOVĚ ČÍSLE μ (1)

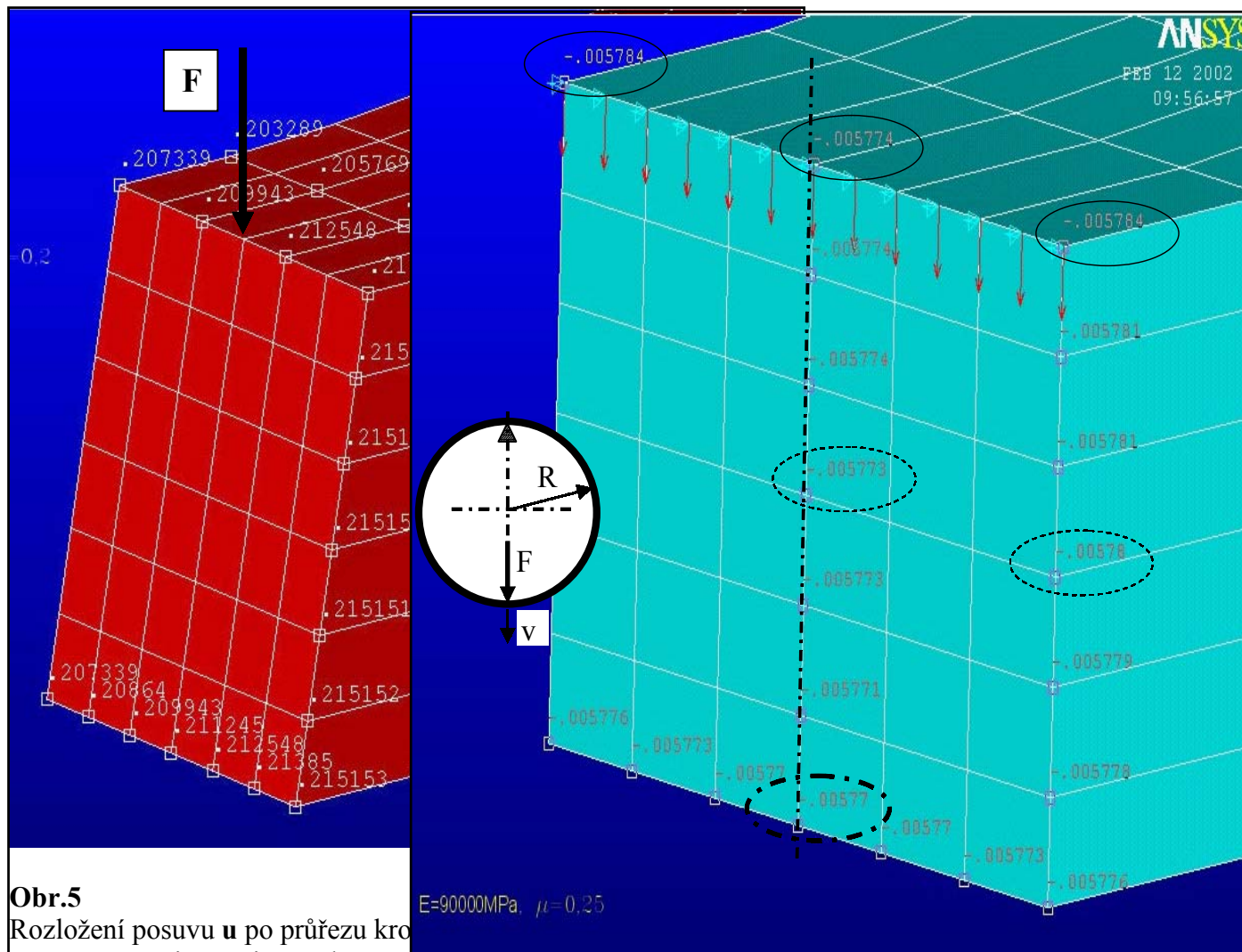


ZÁVISLOST POSUVU KONSTRUKCE v(mm) NA MODULU PRUŽNOSTI E (MPa)



ZÁVISLOST POSUVU KONSTRUKCE u(mm) NA POISSONOVĚ ČÍSLE μ (1)





Obr.5

Rozložení posuvu u po průřezu kro-
proměnné a při experimentálním měření je
tuto vlastnost třeba respektovat. Regrese
dat experimentu posuvu u musí zahrnovat
výsledky totožného z místa, kterým může
být například poloha dotyku síly F
s kroužkem.

Obr.6

Experimentální měření posuvu v nemusí být fixováno na konkrétní
bod průřezu (tak jak je tomu při měření posuvu u dle Obr.5), neboť
posuvy se od sebe liší většinou až ve 3. významové číslici.

Identifikaci modulu pružnosti můžeme provést podle obr. 3, kde je numerickou analýzou dokumentována (po proložení mocninné regresní křivky vypočtenými variantami) nepřímá úměrnost posuvu $v(E, \mu)$ na modulu pružnosti E . Protože směrnice a regresní přímky experimentu odpovídá posuvu v pro jednotkovou sílu F , lze modul pružnosti E určit jako průsečík regresní přímky experimentu a regresní hyperboly výpočtů, tedy z rovnosti: $v = a \cdot F = a \cdot 1 = c \cdot E^{-1}$, což v grafu na obr.3 představuje průsečík konstanty s hyperbolou a modul pružnosti je podle předešlé rovnice dán podílem: $E = c/a$. Regresní hyperbolu je však nutno ze sady výpočtů konstruovat.

Další - výhodnější cesta využívá zjištěnou hyperbolickou závislost posuvu v na E a vyžaduje pouze jeden numerický výpočet konstrukce. Pomocí výpočtu modelu prutu zatíženého (shodně s předchozím modelem z obr.1) jednotkovou silou s materiálovými konstantami: $E=1, \mu=0$, získáme ve výsledku numerické analýzy přímo konstantu c (dle vztahu: $v = c \cdot E^{-1} = c \cdot 1^{-1} = c$) a dále opět modul pružnosti $E = c/a$ (v tomto konkrétním případě je konstanta $c=519,667$ zjištěná numericky oproti $c=519,86$ z průsečíku směrnice regresní přímky experimentu s regresní hyperbolou výpočtů. Jejich relativní rozdíl činí **0,037%** a nemá tedy praktický vliv na další zpřesnění modulu pružnosti, ten je zde konkrétně: $E = c/a = 519,86/0,005385 = 96538,53 \text{ MPa}$).

Určení Poissonova čísla jsme založili na hypotéze: „Jednoduché funkční závislosti deformace prutu při dominantní kombinaci krutu s ohybem na Poissonově čísle μ “. Výpočty posuvu $u(\mu)$ v obr. 4 jsou provedeny s jednotkovou zatěžovací silou F a konstantním modulem pružnosti $E=90000 \text{ MPa}$. Charakterizovány jsou regresní přímku, která je silně lineární funkcí μ ve tvaru: $u(\mu, E) = g \cdot \mu + h$. Konstanta $h=0,180726$ pak je zde pouze funkcí modulu pružnosti E , který je v této fázi už analýzou na základě prvního posuvu v vyřešen. Kroužek zatížený silou kolmo na rovinu prutu podle obr. 1 s měřeným posuvem u , odpovídá regresní přímce ve tvaru $u(F) = p \cdot F$.

Proto konstantu h můžeme stanovit výpočtem posuvu $u(\mu, E)$ modelu prutu zatíženého jednotkovou silou F s materiálovými konstantami ve tvaru: $E=\text{dané}, \mu=0$. Při volbě druhé vhodné kombinace konstant: $E=\text{dané}, \mu=(z \text{ intervalu: } 0 < \mu < 0,5, \text{ vhodné je například } \mu=0,3 \dots \mu \text{ je omezeno intervalem z principu teorie a výpočetní systém by ani správně nevypočítal deformaci } u \text{ pro } \mu \text{ volené jinak})$ vyplývá konstanta regresní přímky g z vypočtené deformace u vztahem: $g = (u-h)/\mu$. Poissonovo číslo najdeme jako průsečík lineární regrese experimentu s lineární regresí výpočtů: $u(\mu, E) = (g \cdot \mu + h) \cdot F = p \cdot F$ a z toho vyplývá: $\mu = (p-h) / g$ – čímž je materiál identifikován.

U obou typů experimentů a teoretických řešení uvažovaných deformací jsme věnovali pozornost také průběhům deformací v měřeném místě na průřezu prutu. Vlastnosti jsou dokumentovány na obr.5 a obr.6. Náročnější na dodržení regulárních podmínek experimentu je posuv u , při kterém je prut namáhán zejména kombinací krutu s ohybem. Průřez se zde při posouvání také natáčí, proto udržet polohu měřidla například na bodu průřezu ve středové ose symetrie je obtížnější.

Závěrem je třeba shrnout, že pro materiálovou identifikaci výpočetního systému předkládanou metodu je potřeba realizovat dvě poměrně nenáročná experimentální měření celkem dvou deformací na modelu prutu a vyrovnat je lineární regresí. Dále už postačují tři jednoduché výpočty odpovídajícího prutu zatíženého jednotkovou silou s vhodně zvolenými materiálovými konstantami samotným výpočetním systémem a tyto (2+3) výsledky přímo stanovují na základě jednoduchého matematického obratu obě konstanty E, μ zkoumaného materiálu.

LITERATURA:

- [1] Vítek K.- Optimalizace tvaru tyčí pro tahovou zkoušku, Konference Experimentální analýza napětí - EAN 93, Měřín, 1993, sborník str.319-320
- [2] Vítek K., Holý S.- Identifikace materiálové tahové zkoušky, Konference Experimentální analýza napětí - EAN 99, Frenštát pod Radhoštěm, 1999, sborník str.213-216
- [3] Vítek K., Holý S., Štěrba P. – Zjišťování materiálových konstant využitím metody konečných prvků, National Conference with International Participation “ENGINEERING MECHANICS 2001”, Svratka, Czech Republic, May 14 - 17, 2001, sborník, str. 371-372

Tento výzkum na téma: „Optimalizace elastických konstant pro tenzometrické aplikace“ je podporován grantem GAČR_106/01/0958.