

## OPTIMALIZÁCIA A POROVNANIE PASÍVNEHO A AKTÍVNEHO ODPRUŽENIA PRI JAZDE PO STOCHASTICKEJ CESTE

### OPTIMIZATION AND COMPARISON OF PASIVE AND ACTIVE SUSPENSION SUBJECTED TO STOCHASTIC ROAD

Štefan REICH<sup>1</sup>

#### *Abstrakt*

Článok sa zaoberá modelovaním a optimalizáciou parametrov odpruženia. V prvej časti je popísaný štvrtinový model vozidla s pasívnym/aktívnym odpružením. V ďalšej časti sa článok venuje modelovaniu stochastickej cesty, formulácii optimalizačného problému a ohraničujúcich vedľajších podmienok. Na záver sú optimalizované parametre pasívneho a aktívneho odpruženia zapísané do tabuliek a vykreslené v grafe.

**Kľúčové slová:** štvrtinový model vozidla, tuhosť, tlmenie, optimalizácia, Shinozukova metóda.

#### *Abstract*

This article deals with modelling and optimization of suspension parameters. The first part deals with modelling of quarter-car model with passive/active suspension. Next part describes modelling of stochastic road, formulation of optimization problem and constraints. At the end the optimized parameters of passive and active suspensions was written in tables and plotted in graph.

**Keywords:** quarter-car model, damping, stiffness, optimization, Shinozuka method.

#### ÚVOD

Pri vyšetrovaní zvislej dynamiky vozidla sa pre svoju transparentnosť a jednoduchosť často používa štvrtinový model vozidla. Veľa článkov sa zaoberá optimalizáciou odpruženia takéhoto modelu pri prechode cez deterministickú prekážku. V tomto prípade sa však jedná o extrémne podmienky, ktoré nezodpovedajú bežnej prevádzke vozidla. Pri bežnej prevádzke jazdí vozidlo po ceste, ktorá má stochastický charakter. Z tohto dôvodu sa nasledujúci text venuje modelovaniu takejto stochastickej cesty a optimalizácii parametrov odpruženia vozidla jazdiacom po stochastickej vozovke.

#### MODEL ŠTVRTINY VOZIDLA

Štvrtinový model vozidla pozostáva zo systému s dvoma hmotami pričom prvá hmota reprezentuje neodpružené časti vozidla ako sú koleso s polovicou nápravy a druhá hmota odpružené časti vozidla t.j. karosériu s cestujúcimi. Na obr.1. je znázornený štvrtinový model s pasívnym/aktívnym odpružením kde:

$m_1=100$  kg – neodpružená hmota,

$m_2=450$  kg – odpružená hmota,

$k_1=278$  kN/m – radiálna tuhosť pneumatik,

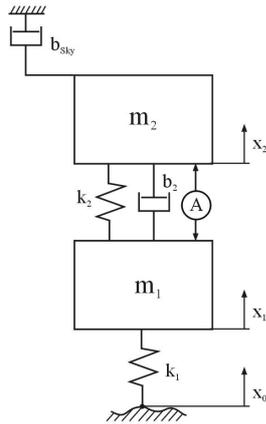
$x_0$  – nerovnosti vozovky,

$x_1$  – výchylka neodpruženej hmoty,

$x_2$  – výchylka odpruženej hmoty.

<sup>1</sup> Ing. Štefan REICH, KAMaM, SjF TU v Košiciach, [stevoreich@yahoo.com](mailto:stevoreich@yahoo.com)

Lektoroval: doc. Ing. Slavomír CABAN, CSc., KAMaM, SjF TU v Košiciach, [slavomir.caban@tuke.sk](mailto:slavomir.caban@tuke.sk)



Obr.1 Štvrtinový model vozidla s pasívnym a aktívnym odpružením

### Matematický model:

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{S1} - F_{S2} - F_D \quad (1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_{S2} + F_D$$

kde

$$F_{S1} = k_1(x_0 - x_1) \text{ - je sila v pneumatike} \quad (2)$$

$$F_{S2} = k_2(x_1 - x_2) \text{ - je sila v pasívnej pružine} \quad (3)$$

Tlmiaca sila  $F_D$ , ktorá pôsobí na odpruženú a neodpruženú hmotu je závislá od typu odpruženia a to:

a) Pre pasívne odpruženie:

$$F_D^{PAS} = b_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) \quad (4)$$

b) Pri aktívnom odpružení je popri pasívnom tlmiči tlmiaca sila generovaná taktiež aktívne. Sila v aktuátore je generovaná podľa tzv. Skyhook 1 algoritmu.

$$F_D^A = b_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - b_{SKY} \dot{x}_2 \quad (5)$$

## MODELOVANIE STOCHASTICKEJ CESTY

Na modelovanie stochastickej cesty bola použitá Shinozuková metóda. Táto metóda je založená na myšlienke, že každý stacionárny náhodný proces môže byť reprezentovaný ako suma kosínusových funkcií.

Shinozuková simulačná formula pre nerovnosti cesty má tvar:

$$y(t) = \sqrt{2} \sum_{k=1}^N A_k \cos(\omega'_k t + \varphi_k) \quad (6)$$

kde

$$A_k = [S_y(\omega_k) \Delta\omega]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

$$\omega'_k = \omega_k + \delta\omega_k \quad (8)$$

$$\omega_k = \omega_L + \left(k - \frac{1}{2}\right) \Delta\omega \quad (9)$$

$$\Delta\omega = \frac{\omega_U - \omega_L}{N} \quad (10)$$

$\omega_L$  a  $\omega_U$  sú spodná a horná hranica, za ktorými spektrálna výkonová hustota  $S_y(\omega)$  nadobúda bezvýznamné hodnoty. Odporúčané hodnoty sú

$$\omega_L = 0 \quad [s^{-1}]; \quad \omega_U = 10 \quad [s^{-1}].$$

Odporúčaná hodnota pre  $N=50$ . Potom dostaneme

$$\Delta\omega = \frac{\omega_U - \omega_L}{N} = \frac{10 - 0}{50} = 0,2 [s^{-1}] \quad (11)$$

Spektrálna výkonová hustota  $S_y(\omega_k)$  je daná vzťahom

$$S_y(\omega_k) = \frac{v S_y(\Omega_0) \Omega_0^2}{\omega_k^2} \quad (12)$$

kde  $v$  – rýchlosť vozidla

$S_y(\Omega_0)$  - spektrálna výkonová hustota nerovností cesty pre  $\Omega_0 = 1 [m^{-1}]$ .

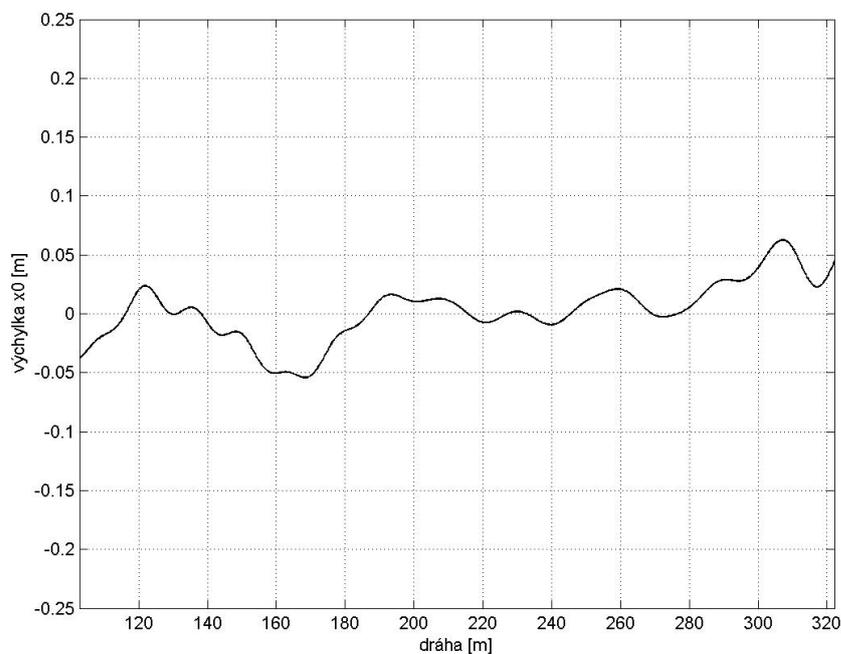
$\Omega_0 (=1)$  - referenčná kruhová frekvencia

$\varphi_k$  vo vzťahu (6) nadobúda náhodné hodnoty s rovnomerným rozdelením pravdepodobnosti v intervale  $[0, 2\pi]$ .

$\delta\omega_k$  vo vzťahu (8) je malá náhodná frekvencia s rovnomerným rozdelením pravdepodobnosti na intervale  $\left(\frac{-\Delta\omega'}{2}; \frac{\Delta\omega'}{2}\right)$ . Odporúčaná hodnota pre

$$\Delta\omega' = 0.01 [s^{-1}]$$

Na generovanie cesty boli použité nasledovné parametre:  $S_y(\Omega_0) = 22,3 \cdot 10^{-6} m^{-1}$  - spektrálna výkonová hustota odpovedajúca stredne kvalitnej asfaltovej vozovke  $v = 20 m \cdot s^{-1}$  - rýchlosť prejazdu vozidla po vozovke



Obr.2 Vygenerovaný profil cesty pomocou Shinozukovej metódy pre danú rýchlosť a spektrálnu výkonovú hustotu

## FORMULÁCIA OPTIMALIZAČNÉHO PROBLÉMU

Ako hlavné kritérium optimalizácie bolo zvolené jazdné pohodlie cestujúcich. Z matematického hľadiska tomuto kritériu odpovedá zrýchlenie odpruženej hmoty  $m_2$ , ktoré by malo byť čo najmenšie. Vzhľadom na to, že profil cesty po ktorom sa vozidlo pohybuje má stochastický charakter, je vhodné cieľovú funkciu popísať štatisticky. Daný optimalizačný problém potom môžeme vyjadriť ako minimalizáciu rozptylu zrýchlenia odpruženej hmoty:

$$f_{opt} = D_{\ddot{z}_2} \quad (13)$$

Ďalšie optimalizačné kritériá ako sú bezpečnosť jazdy a pracovný priestor odpruženia sú zohľadnené v tvare vedľajších podmienok.

Vedľajšia podmienka súvisiaca s bezpečnosťou jazdy vozidla súvisí s dynamickou silou  $F_{DYN}$ , ktorá pôsobí medzi neodpruženou hmotou a vozovkou. Pre splnenie tejto podmienky je potrebné aby sila

$$F_{DYN} = k_1(x_0 - x_1) \quad (14)$$

s pravdepodobnosťou 99,7 % neprekročila 80 % statického zaťaženia. Túto požiadavku môžeme matematicky vyjadriť nerovnosťou

$$3\sigma_{F_{min}} < k_B F_{STAT} \quad (15)$$

kde  $k_B = 0,8$ .

Vedľajšia podmienka zohľadňujúca pracovný priestor odpruženia súvisí s relatívnym pohybom odpruženej a neodpruženej hmoty. Pre splnenie tejto podmienky je potrebné, aby relatívna výchylka  $x_1 - x_2$  s pravdepodobnosťou 99,7 % nepresiahla hodnotu  $z_P$ . Túto podmienku môžeme matematicky vyjadriť nerovnosťou

$$3\sigma_{z_1 - z_2} < z_P \quad (16)$$

kde  $z_P = 0,05$  je pracovný priestor odpruženia vymedzený gumovými dorazmi.

## VÝSLEDKY OPTIMALIZÁCIE

Na optimalizáciu bol použitý programový balík Matlab® s nainštalovaným Optimalizačným toolboxom. Intervaly v ktorých boli hľadané optimálne hodnoty optimalizačných premenných sú vypísané v tab. 1.

**Intervaly optimalizačných premenných**

**Tabuľka 1**

Premenná	Jednotky	Dolná medza	Horná medza
$k_2$	$Nm^{-1}$	50000	150000
$b_2$	$Nm^{-1}s$	500	5000
$b_{SKY}$	$Nm^{-1}s$	500	15000

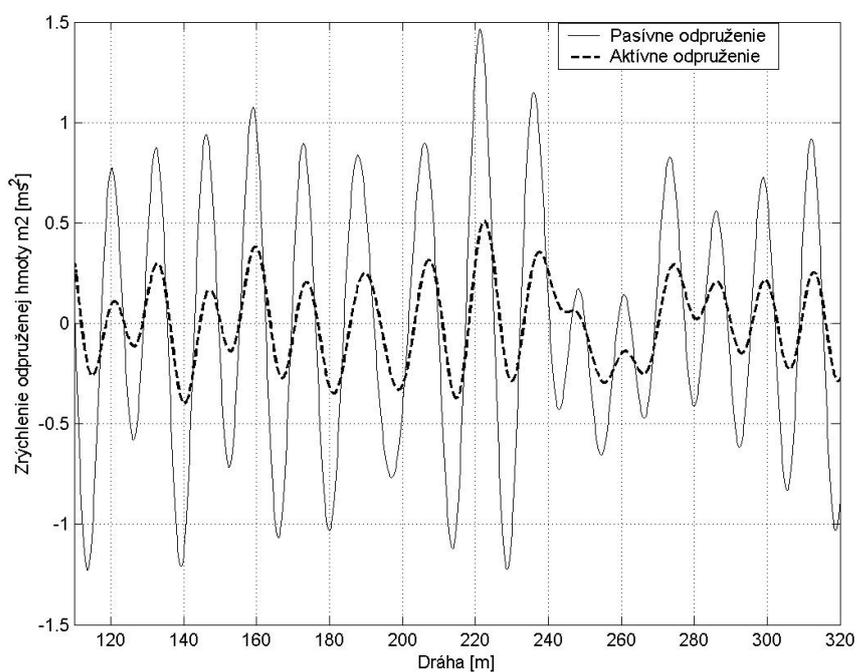
Optimálne hodnoty optimalizačných premenných pre pasívne a aktívne odpruženie pri ktorých dosahovali cieľové funkcie minimálne hodnoty sú znázornené v tab. 2

Hodnoty optimalizačných premenných po optimalizácii

Tabuľka 2

Premenná	Jednotky	Optimum pre pasívny systém	Optimum pre aktívny systém
$k_2$	$Nm^{-1}$	60515	50000
$b_2$	$Nm^{-1}s$	5000	3330,4
$b_{SKY}$	$Nm^{-1}s$	-	9929,7
$f_{opt}$	$m^2s^{-4}$	0,48675	0,055835

Porovnaním hodnôt  $f_{opt}$  pre pasívny a aktívny systém je zrejme, že hodnota cieľovej funkcie sa pri použití aktívneho odpruženia vzhľadom k pasívnemu výrazne zlepšila. Toto zlepšenie je taktiež dobre viditeľné na obr.3 na ktorom sú vyobrazené priebehy zrýchlení odpruženej hmoty  $m_2$  pasívneho a aktívneho systému.



Obr.3 Priebehy zrýchlení odpruženej hmoty

## ZÁVER

Zmyslom tohto článku bolo naznačiť možnosti zlepšenia jazdných vlastností vozidla použitím pokročilých typov odpruženia. Z výsledkov simulácií je zrejme, že použitie aktívneho odpruženia by umožnilo výrazne zlepšiť úroveň jazdného komfortu. Na druhej strane však by bol takýto typ odpruženia pravdepodobne veľmi energeticky náročný. Z tohto dôvodu sa budem vo

svojej ďalšej práci viac orientovať na semiaktívne typy odpruženia, ktoré sú pri porovnateľných výsledkoch oveľa menej energeticky náročné.

Tento príspevok bol vypracovaný s podporou grantového projektu VEGA č. 1/3156/06.

### POUŽITÁ LITERATÚRA

- [1] VENHOVENS, P. J. T.: *Optimal Control of Vehicle Suspensions*, Delft University of Technology, Delft, 1993
- [2] SEGEA, Š., KALKER-KALKMAN, C.M.: *Optimization of the two-wheel trailer suspension system parameters*. Engineering Mechanics, Vol. 3, No. 3, 1996
- [3] SEGEA, Š., KALKER-KALKMAN, C.M., SCHWAB, A.L.: *Statical Balancing of a Robot Mechanism with the Aid of a Genetic Algorithm*. Mechanism and Machine Theory, Vol. 33, No. ½, 1998
- [4] MÚČKA, P.: *Odozva vozidla s aktívnym odpružením na osamelú prekážku*, Strojnícky časopis, 50, 1999
- [5] KALKER, KALKMAN, C. M., SEGEA, Š.: *Optimization of Comparison of Trailer Suspension Systems*. Engineering Mechanics, Vol. 7, No. 2, 2000
- [6] VLK, F.: *Teorie Vozidel*, VUT Brno, 1982