

## PRÍSPEVOK K ANALÝZE KUMULÁCIE ÚNAVOVÉHO POŠKODENIA PRI VIACOSOVOVOM NAMÁHANÍ

### CONTRIBUTION TO CUMULATIVE DAMAGE ANALYSIS FOR MULTIAXIAL LOADING

Milan SÁGA, Vladimír DEKÝŠ, Milan ŽMINDÁK, Ján MAZÚR, Roman KOCÚR<sup>1</sup>

#### *Abstrakt*

Článok je venovaný implementácii procesu optimalizácie do multiaxiálnej rainflow analýzy a výpočtu kumulatívneho poškodenia. Je prezentovaný program FEA FAT kompilovaný do MATLABu. Analýza napätosti je realizovaná metódou konečných prvkov a kumulatívne poškodenie je počítané využitím dvoch základných spôsobov – metódy kritickej roviny a integrálnej metódy. Príklad skúšky prezentuje napäťovú analýzu a predikciu poškodenia na jednoduchom konečno prvkovom modeli pri proporcionálnom zaťažení.

**Kľúčové slová:** optimalizačný proces, S/N krivka, únavová životnosť, kumulatívne poškodenie, proporcionálne a neproporcionálne zaťaženie.

#### *Abstract*

Our paper deals with implementation of the optimizing process into multi-axial rainflow analysis and cumulative damage calculation. It's presented computational program FEA\_FAT compiled in MATLAB. Stress analysis is realized by finite element procedure and the cumulative damage is calculated by using two fundamental ways – critical plane approach and so called integral approach. Testing example presents random stress analysis and damage prediction of a simple FE model with proportional loading.

**Key words:** optimizing process, S/N curve, fatigue life, cumulative damage, proportional and non-proportional loading.

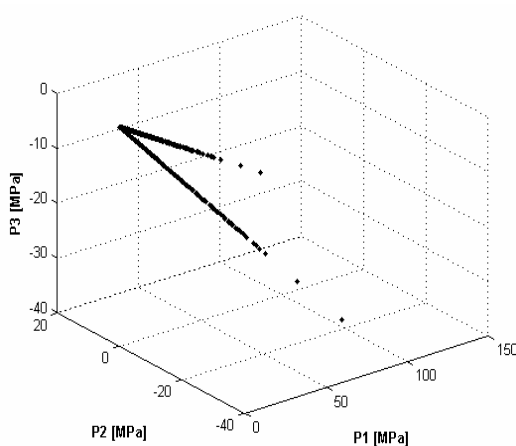
#### ÚVOD

Ako mieru namáhania konštrukčných prvkov najčastejšie uvažujeme napätie, niekedy pomerné pretvorenie, ktoré charakterizuje tenzor napätia (pomerných pretvorení), t.j. nie jedna ale viacero zložiek. To vedie k otázkam ako posúdiť kumuláciu poškodenia v takomto prípade. Ak uloženie, geometria i zaťaženie objektu budú vykazovať určitý stupeň proporcionality (obr.1), tak je možné akceptovať upravené uniaxiálne „statické“ pevnostné hypotézy (Tresca, von Mises) na výpočet ekvivalentného napätia, relevantného pre výpočet kumulácie poškodenia. Je však známe, že takýto predpoklad nie je vyhovujúci najmä v prípadoch náhodného a z neho často vyplývajúceho neproporcionálneho (obr.2) a fázovo posunutého zaťažovania. Vtedy uniaxiálne hypotézy viac či menej skresľujú výsledky. Predovšetkým v prípade konečno-prvkových analýz dostávame tenzor napätia, ktorý vo väčšine úloh obsahuje viac ako jednu výraznú zložku. V takom prípade vzniká problém ako realizovať rainflow dekompozíciu. Aplikácia klasického „HMH“ ekvivalentného napätia nie je priamo možná, keďže dostávame len kladné hodnoty a napočítavanie

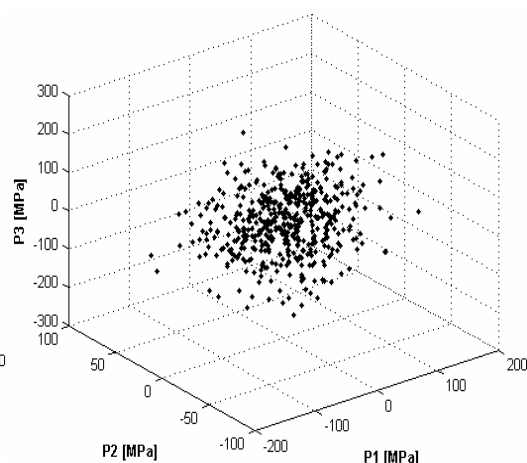
---

<sup>1</sup> prof. Dr. Ing. Milan SÁGA, Ing. Vladimír DEKÝŠ, CSc., doc. Ing. Milan ŽMINDÁK, CSc., Ing. Ján MAZÚR, Ing. Roman KOCÚR, PhD., KAM, SjF ŽU v Žiline, [Milan.Saga@fstroj.ute.sk](mailto:Milan.Saga@fstroj.ute.sk)  
Recenzent: prof. Ing. Marián BURŠÁK, PhD., KNoM, HF TU v Košiciach, [marian.bursak@tuke.sk](mailto:marian.bursak@tuke.sk)

uzavretých cyklov by nemalo opodstatnenie. Musíme navrhnuť iné postupy vyhovujúce reálnejšiemu stavu odhadu únavového poškodenia vyšetrovaného miesta. Bolo navrhnutých viacero postupov na tzv. multiaxiálnu rainflow dekompozíciu a následný odhad miery poškodenia. Najznámejšími sú dva základné prístupy, tzv. IA (Integral Approach) - integrálny prístup a CPA (Critical Plane Approach) - prístup nájdenia kritickej roviny s ohľadom na mieru poškodenia. V odbornej literatúre sa vyskytuje veľké množstvo rôznych variantov a pokusov na určenie kritérií určujúcich mieru únavového poškodenia. Najznámejšími sú Findleyovo i Dang Vanovo kritérium kritickej zaťažovacej roviny, Sinesovo a Crosslandovo kritérium založené na napätových invariantoch, Papadopoulosovo kritérium priemerovania napätia v elementárnom objeme, Garundovo kritérium založené na energetických koncepciách, integrálna metóda lineárnej kombinácie zložiek napätia a iné.



Obr.1 Proporcionalita v hlavných napätiach



Obr.2 Neproporcionalita v hlavných napätiach

## ROZBOR POSTUPOV NA ZÍSKANIE ODOZVY POUŽITÍM MKP

Na základe rozboru budenia vyšetrovaného objektu môžeme zostaviť statický alebo dynamický výpočtový konečno-prvkový model. V prípade analýzy statického, resp. kvázistatického časovo premenlivého namáhania môžeme riešiť úlohu priamo riešením stavových rovníc rovnováhy zostavených prirodzene na princípoch MKP a dopočítaním potrebnej napätovej odozvy. Ak sa mení len amplitúda zaťaženia, potom je možné využiť analýzu pre tzv. jednotkové zaťaženie s následným výpočtom jednotkového napätia, ktorého skutočné hodnoty získame superpozíciou od príspevkov jednotlivých amplitúd zaťaženia.

V prípade, že zotrvačné a tlmiace účinky zohrávajú významnú úlohu, aplikujeme známu pohybovú rovnicu. Jej riešením dostaneme pole posunutí a následne aj napätí. Tento proces je možné opäť vykonať priamou integráciou pohybových rovníc niektorou zo známych numerických metód. Je to univerzálny spôsob, ktorý nezávisí ani od stupňa nelinearity stavových rovníc. Iný prístup je založený na princípe už spomínanej superpozície jednotkových zaťažení. Výhodou je, že v prípade zmeny veľkosti amplitúdy zaťaženia rýchlo získame potrebné výstupy. Nevýhodou je však použiteľnosť len pre lineárne, prípadne niektoré linearizované úlohy. Ďalší, pri aplikovaní MKP často používaný prístup, vychádzajúci zo známeho modálneho rozkladu stavovej rovnice a následnom výpočte tzv. modálnych napätí, z ktorých je možné pomerne rýchlym spôsobom získať reálne hodnoty. Takže na výber je viacero možností a záleží len na skúsenostiach analytika, ktorú z nich si vyberie.

## NIEKTORÉ HYPOTÉZY POUŽITELNÉ PRE MULTIAXIÁLNU RAINFLOW DEKOMPOZÍCIU

Ako bolo už spomenuté, najväčším problémom v prípade viacerých významných zložiek tenzora napätia či deformácie, ostáva potreba ďalšieho spracovania ekvivalentnej hodnoty napätia (deformácie) najčastejšie metódou stekajúceho dažďa. Prístupov vychádzajúcich z proporcionality zaťažovacieho procesu je mnoho a dávajú v rámci svojich možností prijateľné výsledky. Horšie je to však v prípade výraznej neproporcionality v zaťažovaní, tam ich použiteľnosť je obmedzená alebo len orientačná.

V práci sa budeme zaoberať vybranými metódami hľadania kritickej roviny (CPA) a tiež dvoma IA metódami, ktoré budú zabudované do konečno-prvkových analýz.

### *Findleyho metóda kritickej roviny*

Findley vychádzal z predpokladu, že kritickou rovinou z pohľadu iniciovania únavovej trhliny bude rovina s najväčším šmykovým napätím. Preto definoval ekvivalentné šmykové napätie v tvare

$$\tau_{Fin} = \tau_{max} + k \cdot \sigma_m, \quad (1)$$

kde  $k$  je koeficient, ktorý pre húževnatý materiál autor určil ako hodnotu okolo 0,3. Ak budeme uvažovať, že máme k dispozícii len 1-osovú skúšku striedavým ťahom-tlakom, upravme s určitou dávkou zjednodušenia predošlý vzťah nasledovne

$$\sigma_{Fin} = \sqrt{3} \cdot \left[ \text{sign}\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + k \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right]. \quad (2)$$

Takto pripravené ekvivalentné napätie môžeme už rozložiť rainflow dekompozíciou. Je síce pravdou, že prístup je vhodný hlavne pre zaťaženie proporcionálneho charakteru, ale aj pri neproporcionálnom zaťažovaní má svoje opodstatnenie. Určitou nevýhodou je vhodná voľba koeficientu  $k$ . Napr. v práci [11] je ukázané, že Findleyem navrhnutá hodnota  $k=0,3$  je dosť nadsadená, čo dokumentujú aj naše numerické testy.

### *Dang Vanova metóda kritickej roviny*

Dang Van opäť vychádzal z predpokladu, že kritickou rovinou z pohľadu iniciovania únavovej trhliny bude rovina s najväčším šmykovým napätím a teda aj on definoval ekvivalentné šmykové napätie v nasledovnom tvare

$$\tau_{DV} = \tau_{max} + k \cdot p_m = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\tau_c - \frac{\sigma_c}{2}}{\frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad (3)$$

kde  $\tau_c$  je medza únavy pre krut,  $\sigma_c$  je medza únavy pre osový ťah-tlak,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  sú hlavné napätia. Uvažujme opäť, že máme k dispozícii len 1-osovú skúšku striedavým ťahom-tlakom, potom musíme upraviť predošlý vzťah do tvaru

$$\sigma_{DV} = \sqrt{3} \cdot \left[ \text{sign}\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right) \cdot \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\tau_c - \frac{\sigma_c}{2}}{\frac{\sigma_c}{\sqrt{3}}} \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right]. \quad (4)$$

Vo vzťahu (4) môžeme ešte vykonať zjednodušujúcu úpravu:

$$\frac{\tau_C - \frac{\sigma_C}{2}}{\frac{\sigma_C}{\sqrt{3}}} \approx \frac{\tau_C - \frac{\sqrt{3} \cdot \tau_C}{2}}{\frac{\sqrt{3} \cdot \tau_C}{3}} \approx 0,232. \quad (5)$$

Takto pripravené ekvivalentné napätie (4) môžeme už rozložiť rainflow dekompozíciou do uzavretých cyklov. Prístup je prirodzene vhodnejší pre zaťaženie proporcionálneho charakteru, ale jeho použitie pri určitom stupni neproporcionality a na základe skúseností autorov je akceptovateľné, resp. dáva možnosť orientovania sa v hodnotách kumulácie poškodenia.

*Numerická metóda hľadania kritickej roviny pre modifikované HMM napätie [13]*

Ďalšou metódou je hľadanie kritickej roviny numerickou cestou, t.j. nájdenie normálového vektora  $\mathbf{n}_{CPA}$  roviny, ktorá je kritická z pohľadu iniciovania únavovej trhliny. Ekvivalentné napätie definujeme nasledovne

$$\sigma_{CPA} = \text{sign}(\sigma(\mathbf{n}_{CPA})) \cdot \sqrt{\sigma(\mathbf{n}_{CPA})^2 + 3 \cdot \tau(\mathbf{n}_{CPA})^2}, \quad (6)$$

kde  $\sigma(\mathbf{n}_{CPA})$  je normálové a  $\tau(\mathbf{n}_{CPA})$  je šmykové napätie v kritickej rovine určenej vektorom  $\mathbf{n}_{CPA}$ .

Na nájdenie  $\mathbf{n}_{CPA}$  je možné využiť niektorú zo známych vyhľadávacích procedúr zabudovaných v MATLABe, ktoré skôr poznáme pod názvom optimalizačné metódy. To znamená, že môžeme využiť procedúry ako napr. *fmins.m*, *fminsearch.m*, *patternsearch.m*, prípadne ďalšie.

*Integrálna metóda lineárnej kombinácie všetkých zložiek napätia*

Uvažujme  $n$ -dimenzionálny vektor napätí  $\boldsymbol{\sigma}(t) = [\sigma_x, \sigma_y, \dots]^T$  s náhodným charakterom ako miestnu odozvu na zaťaženie všeobecnými, náhodnými vonkajšími silami. Základnou myšlienkou metódy je definovanie ekvivalentného napätia ako lineárnej funkcie jednotlivých zložiek tenzora napätia, t.j.

$$\sigma_{MRF}(t) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot \sigma_i(t) = [c_1 \quad \dots \quad c_n] \cdot \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \vdots \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{c} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (7)$$

kde  $c_i$  vyhovujú rovnici normy  $\sum_{i=1}^n c_i^2 = 1$ .

Prakticky, v prípade rovinnej napätosti, bude vektor napätia obsahovať tri zložky  $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$ , čo znamená, že

$$\sigma_{MRF}(t) = c_1 \cdot \sigma_x(t) + c_2 \cdot \sigma_y(t) + c_3 \cdot \tau_{xy}(t), \quad (9)$$

pri podmienke  $c_1^2 + c_2^2 + c_3^2 = 1$ , čím je definovaná guľová plocha v súradnicovom systéme  $c_1, c_2, c_3$ .

Výpočtovým problémom je potom nájsť na tejto ploche takú kombináciu zložiek vektora  $\mathbf{c}$ , pre ktoré bude kumulácia poškodenia najväčšia alebo jej prevrátená hodnota najmenšia.

V prípade priestorovej napätosti, vektor  $\mathbf{c}$  obsahuje šesť zložiek, čo môže časovo komplikovať numerické výpočty. Hľadanie „extrémnej“ kombinácie zložiek vektora  $\mathbf{c}$  znamená riešenie extremalizačnej úlohy viazanej na 6-rozmernú nadplochu. Preto boli navrhnuté ďalšie postupy, ktoré by minimalizovali rozmer vektora  $\mathbf{c}$ . Je potrebné pripomenúť vhodnosť použitia prezentovaného prístupu aj pre prípady neproporcionalného zaťaženia.

*Integrálna metóda lineárnej kombinácie hlavných napätí*

Ako bolo už naznačené, efektívnosť vyhľadávacieho procesu zložiek vektora  $\mathbf{c}$  sa komplikuje s ich počtom. Jedným z riešení zníženia počtu zložiek  $c_i$  je vykonať všetky výpočty pre hlavné napätia. To vedie potom aj v prípade priestorovej napätosti na problém hľadania troch neznámych koeficientov  $c_i$ . Ekvivalentné napätie z pohľadu multiaxiálnej rainflow dekompozície budeme počítat' nasledovne

$$\sigma_{MRF}(t) = c_1 \cdot \sigma_1(t) + c_2 \cdot \sigma_2(t) + c_3 \cdot \sigma_3(t), \quad (10)$$

kde  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  sú hlavné napätia.

Ako bolo už uvedené, postup sa celkom dobre uplatňuje pri neproporcionálnom zaťažení. Avšak na základe našich skúseností je treba uviesť, že IA s hlavnými napätiami (3-rozmerná úloha) podhodnocuje hodnotu kumulácie poškodenia oproti predošlému 6-rozmernému prístupu. V prípade použitia pre proporcionálne zaťažovacie stavy vypočítaná miera únavového poškodenia je menšia ako v prípade CPA metód.

## IMPLEMENTÁCIA OPTIMALIZÁCIE DO PROCESU PREDIKCIE ÚNAVOVÉHO POŠKODENIA APLIKOVANÍM INTEGRÁLNEJ METÓDY

Podobne ako „CPA“ metódu hľadania kritickej roviny pre modifikované HMH napätie, tak aj „IA“ metódy používame pri konečno-prvkovej analýze virtuálnych modelov. Uvažujeme preto náhodné budenie vyšetrovanej štruktúry, geometricky a materiálovo lineárny výpočtový model, Minerovu hypotézu o lineárnej kumulácii únavového poškodenia. Za týchto predpokladov uvedieme efektívny numerický postup rýchleho nájdenia vektora  $\mathbf{c}$ . Základná myšlienka numerického vyhľadávania „kritických“ hodnôt vektora  $\mathbf{c}$  spočíva v definovaní optimalizačnej úlohy s cieľom nájdenia maximálneho poškodenia  $D$ . Podľa nášho názoru ide o najrýchlejšiu cestu nájdenia takej kombinácie  $c_i$ , pre ktorú bude  $D \rightarrow \max$ . alebo  $T \rightarrow \min$ . Keďže ide o hľadanie viazaného extrému s podmienkou  $\sum_{i=1}^n c_i^2 = 1$ , na jej vylúčenie z optimalizačného procesu zavedieme

normovaný vektor pomocou nasledujúceho vzťahu  $\mathbf{c}' = \frac{\mathbf{c}}{\sqrt{\mathbf{c}^T \cdot \mathbf{c}}}$ . Cieľom bude nájsť optimálne

hodnoty vektora  $\mathbf{c}'$  pre niektorú z cieľových funkcií v tvare

$$F = \max(D(\mathbf{c}')) = \max\left(\sum_{i=1}^{nc} \frac{n_i}{N_i}\right) \text{ alebo } F = \min(T(\mathbf{c}')) = \min\left(\frac{t}{3600 \cdot D(\mathbf{c}')} \right) \quad [\text{hod.}], \quad (11)$$

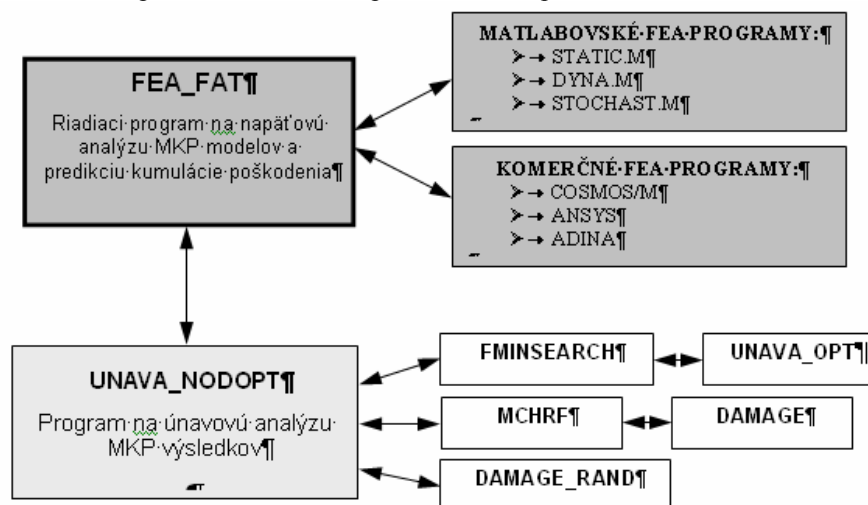
kde  $t$  je časový interval realizácie,  $D$  je miera kumulácie poškodenia,  $T$  je doba do poškodenia,  $N_i$  je počet cyklov do poškodenia na  $i$ -tej hladine napätia určený z Wöhlerovej krivky,  $n_i$  je počet zaťažujúcich cyklov na  $i$ -tej hladine napätia. Použitím rainflow dekompozície ekvivalentného napätia  $\sigma_{MRF}(t, \mathbf{c})$  dostaneme  $n_i$  a ďalej môžeme aplikovať niektorú z hypotéz výpočtu kumulácie poškodenia. Na základe uvedených teoretických úvah bol zostavený výpočtový program FEA\_FAT zapísaný do programovacieho jazyka MATLAB. Program spojil napäťovú „MKP“ analýzu a výpočty kumulácie poškodenia v uzloch na základe minimalizácie doby života  $T$  alebo maximalizácie poškodenia  $D$ .

Metodický návrh multiaxiálneho výpočtu únavového poškodenia resp. únavovej životnosti je prezentovaný na obr.3. Ďalej uvedme stručnú charakteristiku jednotlivých programov a výpočtových procedúr vyvinutého softvérového balíka:

- **FEA\_FAT** – hlavný, riadiaci program, ktorý načíta súbor vstupných dát, spracuje vektor budenia pre celý časový interval, po spracovaní priebehu napätí v prvkoch

vykoná výpočet poškodenia a predikciu únavového života pre každý prvok prostredníctvom programu UNAVA\_NODOPT,

- **STATIC** – riešič statických alebo kvázistatických úloh, vypočíta posunutia a napätia v prvkoch resp. uzloch modelu,
- **DYNA** - riešič dynamických úloh riešených v časovej oblasti aplikáciou Crank-Nicolsonovej numerickej metódy, vypočíta časovú závislosť posunutí a napätí v prvkoch resp. uzloch modelu,
- **STOCHAST** - riešič stochastického kmitania vo frekvenčnej oblasti, vypočíta výkonovú spektrálnu hustotu ako aj kovariančnú maticu posunutí a napätí v prvkoch, resp. uzloch modelu
- **UNAVA\_NODOPT, MCHRF, DAMAGE, FMINSEARCH** – podprogramy, ktoré spracujú 1-osový i viac-osový problém únavového poškodzovania využitím navrhnutého optimalizačného prístupu pre multiaxiálnu rainflow dekompozíciu a napočítajú mieru poškodenia a predpokladanú dobu do poškodenia
- **DAMAGE\_R** – podprogram, ktorý Rajcherovou metodikou vypočíta predpokladanú dobu do poškodenia z VSH napätia v každom prvku.



Obr.3 Metodický návrh komplexného výpočtového programu na analýzu únavového poškodenia pomocou MKP

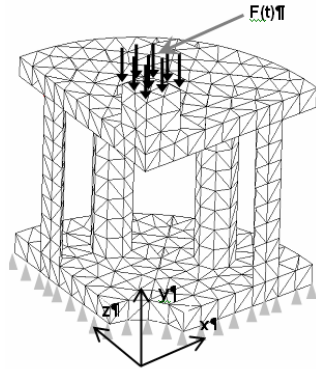
Problematika zahŕňa výpočtársky pohľad na proces zaťažovania, modelovania i výberu metódy pri úlohe predikcie kumulácie únavového poškodenia najmä v prípadoch viac-osovej napätosti. Tu je potrebné pripomenúť, že získané postupy a informácie korešponujú s výsledkami prác ďalších autorov, avšak treba podotknúť, že nájdenie univerzálnej resp. najlepšej hypotézy pre únavu je problémom, na ktorý budú pravdepodobne hľadať odpoveď aj ďalšie generácie odborníkov.

## TESTOVACÍ PRÍKLAD

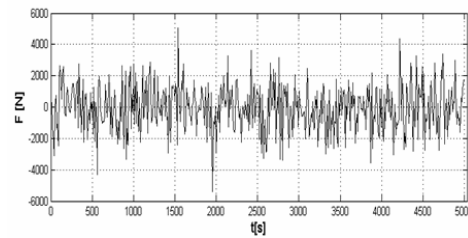
Použitím prezentovaných CPA a IA metód analyzujeme mieru únavového poškodenia jednoduchého konečno-prvkového modelu súčiastky na obr. 4. Sledované teleso je zaťažené jednou skupinou síl náhodného charakteru (obr.5). Predpokladajme materiál ocel 11 523 s Youngovým modulom pružnosti  $E=1,98.10^{11}$  Pa, Poissonovým číslom  $\mu=0,3$ , hustotou materiálu  $\rho=7800$  kg/m<sup>3</sup>, parametrami únavovej krivky:  $R_f=1132$  MPa,  $b=-0.115$ . Časový interval realizácie riešenia:  $t \in \langle 0,5000 \rangle$  [sec].

*Riešenie:*

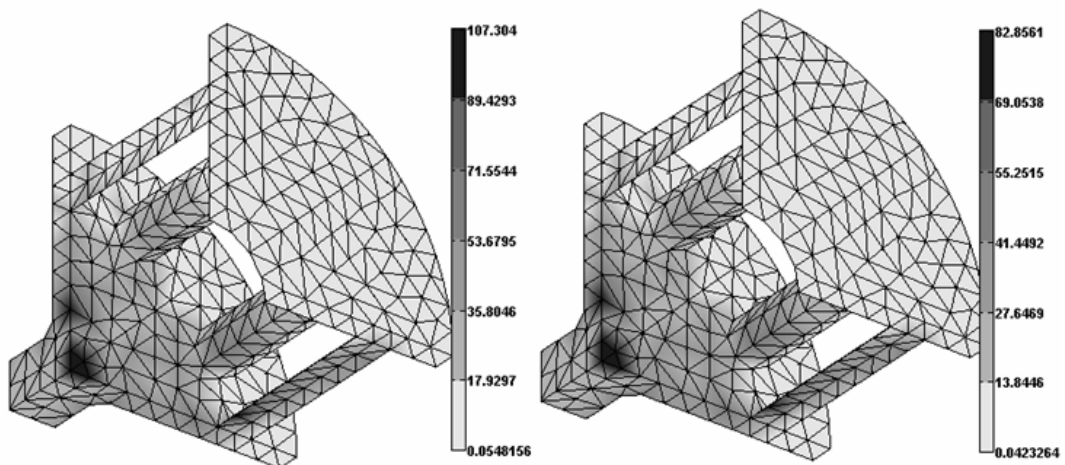
Výpočtový konečno-prvkový model bol zjednodušený vzhľadom na dvojnásobnú symetriu, čo malo za následok zníženie veľkosti úlohy na 1718 3D konečných elementov (tetrahedron s lineárnou tvarovou funkciou) a 643 uzlových bodov. Poškodenie a predikcia únavovej životnosti bola počítaná vo všetkých uzloch, pričom najväčšie poškodenie bolo identifikované v uzle 207. Rozloženie hlavných napätí pre tento uzol je na obr. 11. Výpočet bol realizovaný pomocou autormi prezentovaného programu FEA\_FAT. Vybrané výsledky sú spracované v tab.1 a graficky vyjadrené na obrázkoch 6 až 10. Rozloženie strednej hodnoty a smerodajnej odchýlky ekvivalentného napätia v objekte prezentuje obr. 6. Distribúciu kumulácie poškodenia možno sledovať na obr.7 až 10.



Obr.4 MKP model



Obr.5 Náhodný charakter zaťažujúcej sily F

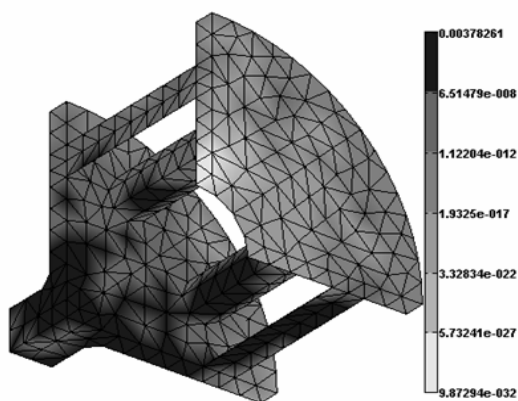


Obr.6 Rozloženie strednej hodnoty a smerodajnej odchýlky ekvivalentného napätia

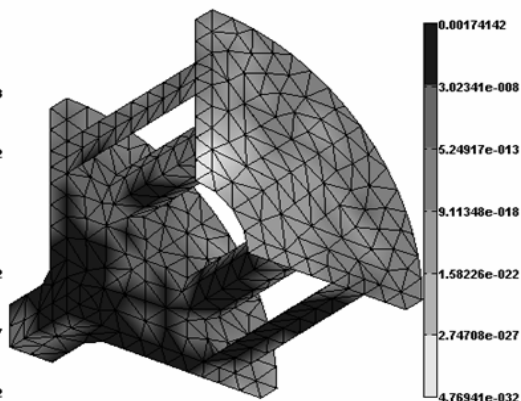
**Prehľad maximálnych hodnôt kumulácie poškodenia pri použití rôznych metódik určovania ekvivalentného napätia**

Tabuľka 1

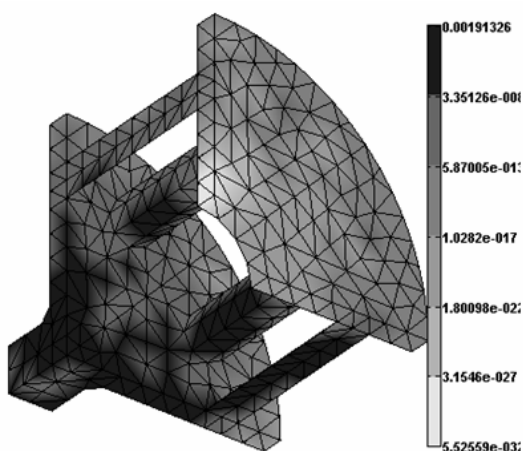
| Miera únavového poškodenia | CPA Findley   | CPA Dang Van  | CPA upravené HMH | IA 6 zložiek  |
|----------------------------|---------------|---------------|------------------|---------------|
| $D_m(\text{uzol } 207)$    | <b>0,0038</b> | <b>0,0017</b> | <b>0,0019</b>    | <b>0,0011</b> |



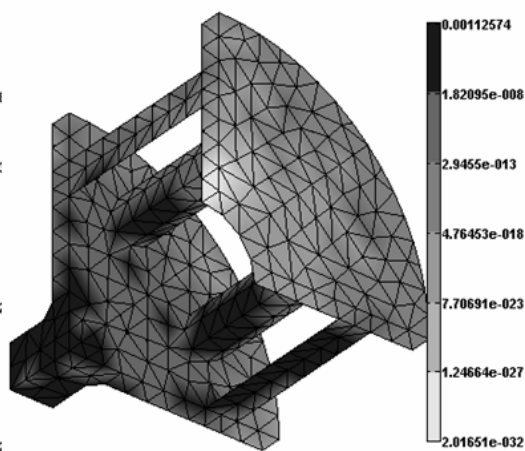
Obr.7 Rozloženie kumulácie poškodenia podľa Findleyho



Obr.8 Rozloženie kumulácie poškodenia podľa Dang Vana



Obr.9 Rozloženie kumulácie poškodenia podľa upravenej HMH hypotézy

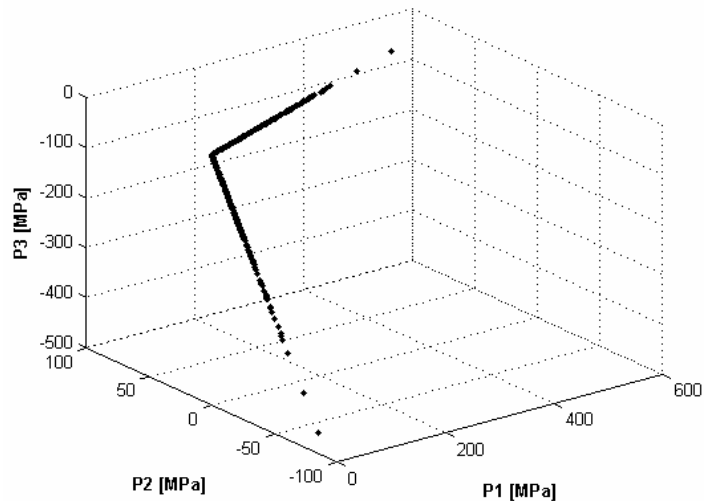


Obr.10 Rozloženie kumulácie poškodenia podľa IA hypotézy pre 6 zložiek napätia

Na základe simulačných výpočtov a numerických testov možno vykonať malú komparačnú štúdiu, ktorá potvrdzuje niektoré závery z prác iných autorov upozorňujúcich na nadhodnocovací efekt v prípade Findleyho metodiky a tiež určité podhodnotenie v prípade aplikácie IA postupov. Možno teda doporučiť staré známe pravidlo použitia viacerých hypotéz a následné priemerovanie výsledkov.

Uvedený príklad má skôr informačný charakter a mal by predovšetkým motivovať čitateľa k zamysleniu sa nad zložitou multiaxiálnou únavovou životnosťou. V tejto oblasti je skutočne veľa nejasných a málo prebádaných skutočností, ktoré čakajú na svoje objavenie.





Obr.11 Proporciónálne rozloženie hlavných napätí v uzle 207

## ZHODNOTENIE A ZÁVER

Zámerom predloženej práce bolo prezentovať existujúce postupy a navrhnúť ďalší – numerický spôsob predikcie kumulácie únavového poškodenia na základe simulačných výpočtov metódou konečných prvkov. Boli prezentované a porovnané štyri vybrané metodiky. Tri vychádzali z princípu hľadania tzv. kritickej roviny z pohľadu iniciovania únavovej trhliny a štvrtý tzv. integrálny prístup bol založený na lineárnej kombinácii zložiek tenzora napätia. Aj keď fyzikálna podstata IA prístupu je do určitej miery zahmlená a vychádza skôr z čisto matematického popisu problému, tak vo svete dostáva „zelenú“ a zvyšuje sa počet prác dotýkajúcich sa práve tohto postupu. Naším príspevkom bolo práve aplikovanie optimalizačných postupov v tomto procese, čím sa zefektívni výpočtová predikcia únavového poškodenia.

Príspevok vznikol na základe finančnej podpory grantového projektu VEGA 1/3168/06 a KEGA 1/3152/05.

## LITERATÚRA

- [1] BALDA, M.: *Vícekanálové sledování kumulace poškození v reálnem čase*, Dynamika strojů '96, konferencia ZČU-FAV, Pernik, 1996
- [2] BÍLÝ M., SEDLÁČEK J.: *Spolehlivost mechanických konstrukcí*, VEDA, Bratislava 1983
- [3] CARPINTERI A., SPAGNOLI A., VANTADORI S.: *Critical plane approach for multiaxial fatigue of metals*, Zeszyty Naukowe Politechniki Opolskiej, seria Mechanika z. 67, 269/2001.
- [4] DRESSLER K., KÖTTGEN V. B., KÖTZLE H.: *Tools for fatigue evaluation of non-proportional loading*, Proceedings of Fatigue Design'95, Helsinki, Finland 1995
- [5] LEITNER, B.: *Identification and Modelling Of Mechanical Dynamic Systems*. In: „Zdvíhací zařízení v teorii a praxi“, VUT, Brno 1999
- [6] PAPUGA J., RŮŽIČKA M.: *Uniaxiální a multiaxiální metody řešení životnosti z hlediska algoritmizace*, 17. konf. Výpočtová mechanika 2001, Nečtiny 2001
- [7] PITOISET X., PREUMONT A., KERNILIS A.: *Tools for a Multiaxial Fatigue Analysis of Structures Submitted to Random Vibrations*, Proceedings European Conference on Spacecraft Structures Materials and Mechanical Testing, Braunschweig, Germany, 1998
- [8] PREUMONT A., PIÉFORT V.: *Predicting random high cycle fatigue life with finite elements*, Journal of Vibration and Acoustics, 116, 1994

- 
- [9] TREBUŇA F., BIGOŠ P.: *Intenzifikácia technickej spôsobilosti ťažkých nosných konštrukcií*, VIENALA, Košice 1998
- [10] TREBUŇA F., BIGOŠ P., RITÓK J., FALTINOVÁ E: *Methods of judgement of possibility crane and the rail one-time overloading*, EAN'97, Olomouc, 1997
- [11] VÁCLAVÍK, M., SVOBODA, J.: *Fatigue Properties of Steels under Multiaxial Loading*, Diagnostika a aktivní řízení, Třešť, 2000
- [12] GAIER C., UNGER B., VOGLER J.: *Theory and Application of FEMFAT – a FE-Postprocessing Tool for Fatigue Analysis*, Fatigue '99, Beijing 1999, pp. 821-826
- [13] SANETRA C., ZENNER H.: *Betriebsfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung unter Biegung und Torsion*, Konstruktion 43, Springer-Verlag, Germany, 1991, pp. 23-29
- [14] KLIMAN V.: *Odhad únavovej životnosti pri náhodnom priebehu zaťažovacieho procesu*, Strojnícky časopis, 36, 1985, č. 4-5, s. 519-530
- [15] BALDA M., SVOBODA J.: *Energetické kritérium pro výpočet životnosti*. IN: Sb. konf. Computational Mechanics 2003, 23-28, ZČU, Nečtiny, 2003, ISBN 80-7082-999-0
- [16] BALDA M., SVOBODA J., FRÖHLICH V.: *Using hypotheses for calculating fatigue lives of parts exposed to combined random loads*. In: Sb. konf. Engineering mechanics 2003, 12-15, Svratka, 2003
- [17] SVOBODA J., BALDA M., FRÖHLICH V.: *Životnost a hypotézy při kombinovaném náhodném zatěžování*. In: Proc. Collq. Dynamics og Machines 2003, IT ASCR, Prague, 2003
- [18] M. DE FREITAS, L. REIS, B. LI: *Evaluation of small crack growth models for notched specimen under axial/torsional fatigue loading*, Facta universitatis, Mechanics, Automatic Control and Robotics Vol.3, N° 13, 2003, pp. 657-669